

アンサンブルカルマンフィルタの地殻変動研究への応用に関する 研究（第2年次）

実施期間 令和3年度～令和4年度
地理地殻活動研究センター
地殻変動研究室 宗包 浩志

1. はじめに

アンサンブルカルマンフィルタ（以下「EnKF」という。）は、観測データの時系列から、観測データを説明するモデルに関する最も確からしい状態を逐次推定する、逐次データ同化と呼ばれる手法の一つである。EnKFは、Evensen（1994）により提案されたアルゴリズムで、アンサンブルと呼ばれるモデルの状態の推定値の集合体を逐次推定するものである。アンサンブルのばらつきから推定値のばらつきを知ることができること、モデルが非線形の場合にも適用可能であること、また、逐次推定に必要な行列をアンサンブルの統計量から直接計算することができ実装が簡便であることなどの利点を有し、特に数値気象予報の分野で広く使われている。

本研究では、EnKFによる地殻変動解析ツールを整備した上で、マグマだまりの位置・体積変化量の推定や、長期的ゆっくりすべりの推定など、地殻変動研究におけるさまざまな問題に適用し、その適用可能性を調査する。

2. 研究内容

2.1 手法の開発

昨年度までに、地殻変動解析プログラム `pydeform`（国土地理院, 2017）に、EnKFによるモデル状態推定機能を実装した。EnKFのアルゴリズムとしては、Ensemble Square Root Filter（Whitaker and Hamill, 2002）を用いた。また、平滑化手法として固定ラグ平滑化法（Cohn et al., 1994）を導入した。

地殻変動解析においては、長期的ゆっくりすべりに伴うプレート境界面状のすべりの推定など、観測データにくらべて推定パラメータが大きい劣決定問題を扱うことがある。そのような場合、そのままでは解が求まらないため、すべり量の空間分布がなめらかである、という制約条件を加えて解くことが多い（e.g. McGuire and Segall, 2003）。

これまで、`pydeform`では、すべり量の空間分布のなめらかさを疑似観測量として観測データに追加して解く疑似観測法（e.g., McGuire and Segall, 2003）を用いてきた。ただ、疑似観測量を導入した場合、パラメータ決定に必要な尤度の計算が困難であるという欠点があった。そこで今年度は、疑似観測法ではなく、制約条件を状態遷移方程式の一つとして取り入れる投影法（e.g., Gupta, 2007）を採用した。

2.2 定式化

あるタイムステップ n における、各グリッドの累積すべりの推定値を $x_{n|n}$ とする。累積すべりの時間発展がランダムウォーク過程に従うと仮定する。その場合、次のタイムステップ $n+1$ における状態の予測値 $x_{n+1|n}$ は以下のように記述できる：

$$x_{n+1|n} = x_{n|n} + w \quad (1)$$

ここで w は白色雑音である.

次に予測値 $x_{n+1|n}$ に対し, すべり量の空間分布のなめらかさに関する制約をかけることを考える. すべり面のなめらかさが正規分布すると仮定し, その分散を α^2 とする. この制約条件の下での最適予測値 $x_{n+1|n}^*$ は次の式で与えられる (e.g., Menke, 2018) :

$$x_{n+1|n}^* = x_{n+1|n} + G^{-g}(Lx_{n|n} - Lx_{n+1|n}) \quad (2)$$

なお, L は平滑化オペレータであり, G^{-g} は次の式で与えられる行列である :

$$G^{-g} = [\text{cov } x_{n+1|n}]L^T\{\alpha^2I + L[\text{cov } x_{n+1|n}]L^T\} \quad (3)$$

ここで $[\text{cov } x_{n+1|n}]$ は予測値 $x_{n+1|n}$ の分散共分散行列である.

制約条件化の最適な予測値 $x_{n+1|n}^*$ からタイムステップ $n+1$ における推定値 $x_{n+1|n+1}$ を計算するやり方は, 通常のカルマンフィルタに従う :

$$x_{n+1|n+1} = x_{n+1|n}^* + K(d_{n+1} - Hx_{n+1|n}^*) \quad (4)$$

なお, d_{n+1} はタイムステップ $n+1$ における観測量, H は観測行列である. また, カルマンゲイン K は次の式で与えられる :

$$K = [\text{cov } x_{n+1|n}^*]H^T(H[\text{cov } x_{n+1|n}^*]H^T + R) \quad (5)$$

ここで $[\text{cov } x_{n+1|n}^*]$ は制約条件の下での最適予測値 $x_{n+1|n}^*$ の分散共分散行列, R は観測誤差行列である.

2.3 解析対象

令和4年度は, 2019年春頃から四国中部で観測されている, 長期的ゆっくりすべりに伴う地殻変動 (e.g., 国土地理院, 2023) の解析を行った.

3. 得られた成果

解析には, 九州北部から四国, 近畿地方の電子基準点計 268 点を用いた. 固定点は上対馬 (950456) とし, 各電子基準点の GNSS 時系列から, 2006年1月~2009年1月の期間で推定した定常成分を除去した後, 1ヶ月ごとにリサンプリングした. 定常成分の除去を除去する際には Nishimura et al. (2013) のカタログを用い, 定常成分の推定期間における短期的ゆっくりすべりに伴う変位を補正した. また, 熊本地震の余効変動について, 水藤 (2017) の粘弾性モデルに基づき補正した. その上で, フィリピン海プレートと Hirose et al. (2008) の等深線に従い, 一辺の長さが約 10km の小矩形領域に分割し, すべり分布の時間推移を推定した. その際, すべりの方向は, MORVEL56 (Argus et al., 2011) に従い, フィリピン海プレートとアムールプレートの収束方向に固定した. また, 東北地方太平洋沖地震に伴う広域の地殻変動の影響を考慮するため, すべり分布以外に, 各エポックにおける空間の一次で表される変位も同時に推定した.

図-1 に, 2019年1月から 2023年1月までのすべり分布を示す. 四国中部 (赤枠で囲った部分) に顕著なすべりが見られる. 図-2 に赤枠で囲った部分の地震モーメントの時系列を示す. 地震モーメントは徐々に増加しているが, 特に今年の4月以降大きく増加している. これらの結果は, 国土地理院 (2023) と整合的である.

2019/1/5-2023/1/24

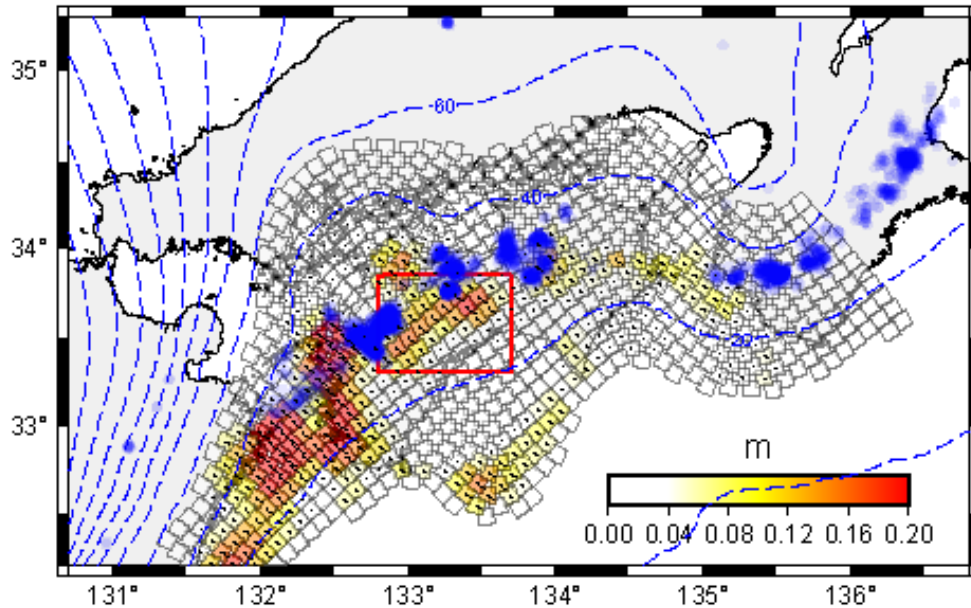


図-1 推定された四国中部の長期的ゆっくりすべり (2019年1月~2023年1月)

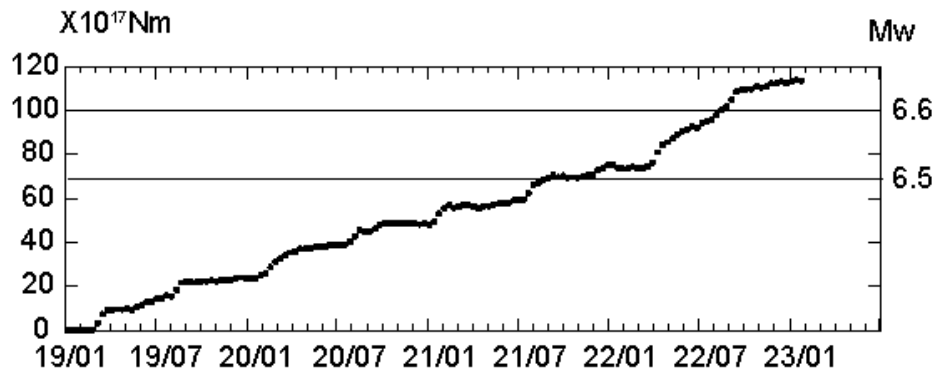


図-2 図-1 赤枠内の地震モーメント時系列

4. 結論

EnKF による地殻変動解析ツールについて、投影法に基づくすべり拘束法を実装した。四国中部の長期的ゆっくりすべりの推定に適用した結果、先行研究と整合的な結果を得ることができた。

参考文献

- Argus, D.F., Gordon, R.G., and DeMets, C. (2011): Geologically current motion of 56 plates relative to the no-net-rotation reference frame, *Geochem. Geophys. Geosyst.* 12, Q11001, <https://doi.org/10.1029/2011GC003751>.
- Cohn, S.E., Sivakumaran, N.S., and Todling, R. (1994): A fixed-lag Kalman smoother for retrospective data assimilation, *Mon. Weather Rev.*, 122(12), 2838-2867.
- Evensen, G. (1994): Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo

- methods to forecast error statistics, *J. Geophys. Res.*, 99(C5), 10143-10162.
- Gupta, N. and Hauser R. (2007): Kalman filtering with equality and inequality state constraints, Oxford University Numerical Analysis Group Technical Report 07/18, arXiv:math/0709.2791.
- Hirose, F., Nakajima J., and Hasegawa A. (2008): Three-dimensional seismic velocity structure and configuration of the Philippine Sea slab in southwestern Japan estimated by double-difference tomography, *J. Geophys. Res.*, 113, B09315, doi:10.1029/2007JB005274.
- 国土地理院 (2017) : 特別研究「GNSS による地殻変動推定における時間分解能向上のための技術開発」終了時評価書, <https://www.gsi.go.jp/common/000236913.pdf> (accessed 31 Jan. 2022).
- 国土地理院 (2023) : 第 65 回南海トラフ沿いの地震に関する評価検討会及び南海トラフ沿いの地震防災対策強化地域判定会 記者会見資料 (国土地理院分), <https://www.gsi.go.jp/common/000136337.pdf> (accessed 07 Feb. 2023).
- McGuire, J.J. and Segall P. (2003): Imaging of aseismic slip transients recorded by dense geodetic networks, *Geophys.J.Int.*, 155(3), 778-788, doi:10.1111/j.1365-246X.2003.02022.x.
- Menke, W. (2018): *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Fourth Edition, Elsevier, Amsterdam.
- Nishimura, T., Matsuzawa T., and Obara K. (2013): Detection of short-term slow slip events along the Nankai Trough, southwest Japan, using GNSS data, *J. Geophys. Res.*, 118, 3112-3125, doi:10.1002/jgrb.50222.
- 水藤尚 (2017) : 2016 年熊本地震の余効変動モデル, 日本地震学会 2017 年秋季大会.
- Whitaker. J.S. and Hamill, T.M. (2002): Ensemble data assimilation without perturbed observations, *Mon. Weather Rev.*, 130(7), 1913-1924.