宇宙測地における座標系の取り扱いについて
－その１　標高基準－
Reference Frames in Space Geodesy Era
－Part 1: Gravity and Height

地理地殻活動研究センター　黒石裕樹
Geography and Crustal Dynamics Research Center　Yuki KUROISHI

要　旨

近年，宇宙測地技術，とくにGPS，の測地測量への普及により，地上における位置の決定や移動体の航法支援が効率化，高精度化された。このような技術の進展は，また，位置基準である測地座標系の国際化を必要とするようになった。宇宙測地技術による測地測量は，観測点の３次元位置を提供するが，日常生活で重要な位置情報の一つである，ジオイド面を基準とした高さを直接に与えるわけではない。そのため，宇宙測地技術による測位精度に適合した標高成果や，基準のジオイド面の３次元位置を与えるジオイド・モデルの整備が必要とされるようになった。こうした背景を受けて，日本の測地基準系が先頃改定された。この機会に，宇宙測地技術に基づいて構築される測地座標系や標高基準系に関して，その基本となる事項や成果の取り扱いについて解説を試みることとした。本稿は，その１として標高基準をとりあげる。

１．はじめに

2002年４月から施行された測量法の改正により，日本の測地基準系として世界測地系が導入され，これと併せて，水準点における高さ基準について成果が全面改定された。高さの成果は，「**2000年度平均成果**」と呼ばれ，最新の水準測量の観測に基づいて全国調整が行われて得られた。高さのシステムについては，大幅な近似を用いた「**正規正標高**」から実測の重力場に基づく補正を取り入れた**正標高**の一種である「**ヘルメルト高**」へと，より高度な処理が取り入れられた。本稿では，高さのいろいろな概念とそれらの特徴や重力との関係などについて解説するとともに，GPSなどの宇宙測地技術による幾何学的位置やジオイドなどとの関係を考える際に重要である，月や太陽の引力，つまり，潮汐力による永年的効果の取り扱いについて紹介する。

２．重力と高さ

２．１　高さの基本的な概念，重力とそのポテンシャル

高さの基本的な概念は，落ち着いた水を見て実感される。風や波がないときの湖面は，高さが同じ面を示しており，また，特別な外力を受けていない水が流れるとき，高い方から低い方に移動すると感じるのである。

水は自由な流体であり，受ける力に対して安定した位置へと移動し，平衡状態で落ち着く。このとき，水に働く力は重力である。重力の方向が‘上’(高い方)から‘下’（低い方）を定め，平衡状態ではその表面は重力に対して垂直な面になっている。

力学の世界では，これを**位置エネルギー（ポテンシャル**）として表現する。重力は，個々の物体があって始めてそれに働く力として現れる。これについて別の見方をする。つまり，地球の周りにある個々の場所に重力によって位置エネルギーが与えられており，物体がそのような場所に置かれると，その位置に応じたエネルギーを受けるのである。位置エネルギーは上方にあるほど高くなっており，同じ位置エネルギーである面（**等ポテンシャル面**）は流体が平衡状態をなすときに作る面にあたる。

この物体は，位置を固定する支えがなければ，位置エネルギーによって運動を始め，下に移動して位置エネルギーを減少しつつ，運動エネルギーを増やしていく。木から落ちたニュートンの林檎は地面にあたって止まり，川から流れこんだ水は湖で水平面を作って漸く落ち着くという現象が起こるのである。

高さは，重力の方向（これを鉛直方向という）に沿って測った長さであり，上下関係を示す位置情報を与える。絶対値を定める高さ‘０’の基準には，ある重力等ポテンシャル面がとられ，この面から鉛直方向の長さとして地球上の位置を示す高さが定められる。

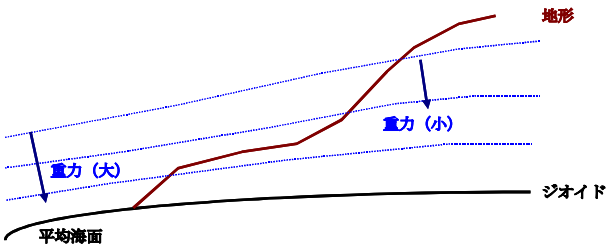
二つの異なる等ポテンシャル面の間でのポテンシャル（位置エネルギー）の差は，どんな量だろうか？上方にある物体ほど位置エネルギーが高いのは，その物体を上に持ち上げるために，重力に逆らって力を加えながら物体を移動させる必要があるからである。位置エネルギーの差は，このときに加えた仕事量に等しく，力（重力）と移動させた距離（高さの差）を掛けたものになる。等ポテンシャル面では，必ずしも重力の大きさは同じでないことに注意しておく。

個々の物体に働く重力の大きさは，地表上ではほぼ等しいけれど，場所による違いがある。図１のように，ある鉛直断面で重力とその等ポテンシャル面があり，図中の左側の位置では，右側に比べ重力の大きさが大きいとしよう。二つの等ポテンシャル面の間では位置エネルギーの差が等しいので，その区間の等ポテンシャル間の距離（高さの差）と重力の積が同じである。左側の重力が

大きいので，高さの差は，重力の比に反比例し，右側に比べ左側で小さくなる。そうすると，重力等ポテンシャル面の形状には起伏が生じ，異なる等ポテンシャル間の間隔は，場所によって違いが見られることになる。

ビルなど地表より上にあるものの相対的な高さは，鉛直方向に長さを実測して決定できる。しかし，個々の地点の（絶対的な）高さは，地下にある高さ‘０’の基準面からの長さになるが，一般に，地下に物差しを当てることはできず，また，できたとしても，‘０’基準面には位置を示す目印が無いため，高さを直接測定することはできない。そのため，目に見える‘０’基準面を設定し，そこから地形面に沿って高さの差を測っていくことで，高さを決定しようという手法が**水準測量**である。

水準測量では，ある点の高さを知るために，高さが分かっている点からその点まで，地形に沿った経路上で等ポテンシャル面間隔を区分的に計測する。一般には，地形に起伏があるところで高さを精密に測ることが水準測量の目的であるが，その場合，重力の分布を調べ，それを考慮した処理が高さの精密決定に必要となる。地形に沿った経路上では重力の大きさが違い，また，位置が高くなるにつれて地表点での重力とその地下での重力に違いがあるため，重力の違いを考慮して，経路上の区分的な等ポテンシャル面間隔から求める点における対応する間隔に変換する処理が関わってくるのである。



図－１　重力とその等ポテンシャル面。青い波線が等ポテンシャル面，実線の矢印が重力ベクトルを示す。

２．２　測地基準系と正規重力

重力は，地球に固定した座標系で物体の運動などを考えるときに現れる力であり，地球質量による**万有引力**と自転による**遠心力**からなる。物体に働く重力は，その質量に比例し，その力によって物体に与えられる加速度は質量によらない。そこで，重力は力ではなく加速度として示され，地表上での重力値は約980cm/s^{2}である。重力の単位として，gal（ガル）がcm/s^{2}として使われる。自由落下速度の実験を行ったガリレオ・ガリレイに因んでつけられた単位の名前である。

この節では，いろいろな高さを定義するときに関係し，地球の近似モデルである測地基準系とその重力場である正規重力について概説する。

地球は，近似的にはその中心から球対称な構造を持っている。中心に近いほど密度が高く，中心からの半径で表して，1,220kmまでが内核，3,480kmまでが流体の外核，その外側にマントル，そして，最表層の約30kmにある地殻が地球を構成している（Moritz，1990）。実際には地球の表面の約２／３は海水で覆われている。

地球は極軸の周りで自転をしており，地球には自転に伴う遠心力が働く。遠心力は，極軸からの距離（回転半径）に比例し，回転角速度の２乗に比例する大きさを持つ。地球の表面を考えると，両極では回転半径が０であって遠心力が０になるが，赤道に近づくにつれて回転半径が一様に増大し，赤道での遠心力は地表重力の約１／300の大きさを持つ。

この遠心力に対して地球は剛体でなく弾性体として応答する。その結果，地球は赤道方向に膨らんだ形となる。その膨らみ（扁平率）は約１／300である。この膨らみ効果のため，赤道では地表面の地球重心からの距離が極での場合よりも大きくなり，そのため地球の引力も少し小さくなる。これらの結果，赤道での地表重力値は極に比べ約５gal小さくなっている。

物理的な立場で地球の形というとき，地形面は複雑である。起伏が激しいだけでなく，自然や人工的な改変による時間変化も大きいからである。そこで，測地学では，地表の過半を占める海洋の平均形状（**平均海面**）とその陸地への延長を地球の形として扱う。静かな海面は力に対して等ポテンシャル面を示すから，物理学的な取り扱いができる。この場合，力としては重力だけを考えるので，その他の影響，例えば風，海流，温度や塩分濃度による膨張収縮，月や太陽の潮汐力を受けない状態の海面を考えなければならない。これが‘静かな’という意味である。こうして定義される平均海面に相当する重力の等ポテンシャル面を**ジオイド**と呼ぶ。

地球の形は，上述の特徴から，重力の影響を受けた**回転楕円体**で良好に近似できる。このとき，重力場も現実に良く近似し，その境界面である回転楕円体面がジオイドを近似する重力の等ポテンシャル面になっている必要がある。このようなモデルが現実の良い近似重力場であるためには，モデルの地球が現実の地球と同じ質量（但し，大気も含む）と同じ自転速度を持ち，また，その等ポテンシャル面が形状面であるためには特別の力学的な条件を満たしていなければならない。そのモデルを地球の**正規モデル**と呼び，地表における重力測定や人工衛星の軌道追跡などによる全球的な測地観測に基づいて構築されたモデルが**測地基準系**であり，それの作る重力場モデルを**正規重力**と呼ぶ。正規重力によるポテンシャルを**正規ポテンシャル**と呼ぶことにする。

現在の測地基準系は**測地基準系1980**（GRS80：Moritz，1980）である。測地基準系を一意に定める必要十分条件

は，４個の基本定数を与えることである。それら４個の定数は定義定数と呼ばれ，赤道半径a，地心引力定数（万有引力定数×地球全質量）GM，自転角速度ω，力学的形状要素J_2である。これら定義定数は，次の通りである：

a	=	6,378,137	m
GM	=	$3,986,005 \times 10^8$	m^3/s^2
ω	=	$7,292,115 \times 10^{-11}$	rad/s
J_2	=	$108,263 \times 10^{-8}$	

これら４個の定数が定められると，境界面が等ポテンシャルである回転楕円体をなす条件から，楕円体面の扁平率や重力分布，楕円体面での正規重力によるポテンシャル値などはただ１組みに定まることが分かっている。GRS80は単なる回転楕円体の形状モデルではないことに注意が必要である。

GRS80による楕円体面上の正規重力は，もちろん回転対称になっており，(測地)緯度ϕでの値γ_ϕは次のSomiglianaの公式で表され，これを**重力式1980**と呼ぶ：

$$\gamma_\phi = \gamma_e \frac{1 + k\sin^2\phi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\phi}}$$
$$k := \frac{b\gamma_P - a\gamma_e}{a\gamma_e} \qquad [1]$$
$$e^2 := \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

ここで，γ_e，γ_Pはそれぞれ赤道，極での正規重力値，bは極半径，eは第一離心率である。これらの定数は次のとおりである：

γ_e	=	978.032 677 15	gal
γ_P	=	983.218 636 85	gal
b	=	6,356,752.314 1	m
e^2	=	0.006 694 380 022 90	
k	=	0.001 931 851 353	

重力式1980をChebyshev近似し，以前の国際重力式1930と同じ形式で表すと，次式になる：

$$\gamma_\phi = 978.0327(1 + 0.005\,3024\sin^2\phi - 0.000\,0058\sin^2 2\phi) \qquad [2]$$

[1]に対して，この式の精度は0.1mgalである。

正規重力は極から赤道方向に向かうにつれて次第に小さくなり，これに対応して正規ポテンシャル面の間隔は赤道から極に向かうほど狭くなっている。極に比べ赤道での重力値は約0.53%小さいので，赤道での正規ポテンシャル面間隔は，極での間隔に比べ約0.53%広いことになり，例えば，極で1,000mの間隔にある二つの正規ポテンシャル面は，赤道では約1,005mの間隔を持っていることになる。

正規重力は，楕円体面の外側，つまり，楕円体面より上での値も求められる。緯度ϕ，楕円体高hの位置における正規重力$\gamma_{\phi,h}$は，hが大きくないところでは２次の微少量まで考慮すると次式で与えられる（Heiskanen and Moritz, 1967）：

$$\gamma_{\phi,h} = \gamma_\phi - 0.30877(1 - 0.00142\sin^2\phi)h + 7.2\times10^{-8}h^2 \quad [3]$$

単位は，hがm，重力がmgalとする。平均的には，楕円体高が１m高くなると0.3086mgalほど正規重力は小さくなることになる。この変化率を重力のフリーエア勾配と呼び，空中での重力の平均的な鉛直勾配を示す量である。

３．いろいろな高さの定義

ここまで重力とそのポテンシャルについて基本的な事項を説明した。この節では，実際の重力と正規重力について考慮しながら，ポテンシャル面間隔としていくつかの異なる高さが考えられることを紹介する。

２．で重力の違いにより，等ポテンシャル面に起伏が生じ，その間隔には広狭ができることに触れた。このような重力の違いは，地下に密度の違う岩体があったり，密度の異なる層の境界面が起伏していたり，地表面の起伏による地形質量の違いなどで生じる。

始めに，簡単な例を使って，地下質量分布の乱れで生じる重力やジオイド面の起伏の大きさを調べよう。図－２のように，地表面が水平な地域の地下の深さdに球状の余剰質量mがあるとする。余剰質量とは，周りの岩石と同じ密度でできた物質と比べたときの質量の超過分を意味する。余剰質量がなかったときには，地表面は等ポテンシャル面であり，地表での重力は同じ大きさで図の真下方向を向くとする。この余剰質量による地上での重力の変化や等ポテンシャル面の変化を考える。

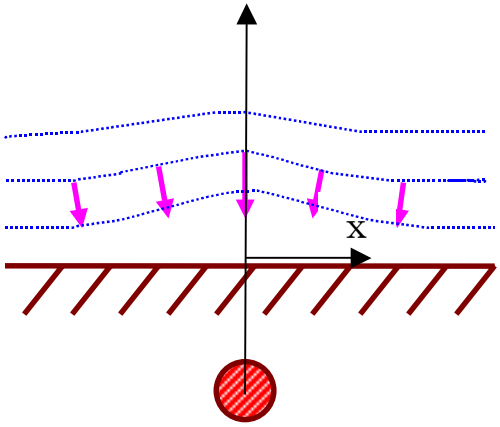
図から分かるとおり，地形や質量分布は，余剰質量の中心を通る上下の線を軸として回転対称になっている。この軸と地表面の交点を原点とし，原点から距離x離れた地表面上の位置を考える。この位置において，余剰質量による重力の増大量をΔg，ジオイドの盛り上がり量をΔNとすると，これらは次式で与えられる（坪井，1979）：

$$\Delta g = \frac{Gmd}{\left(d^2 + x^2\right)^{3/2}}$$
$$\Delta N = \frac{Gm}{g\sqrt{d^2 + x^2}} \qquad [4]$$

従って，余剰質量の真上（$x = 0$）において変化量はい

ずれも最大となり，xが大きくなり余剰質量から離れるにつれて次第に小さくなる。地表では，この余剰質量に引っ張られる向きに余剰引力が加わるため，当初真下に向いていた重力（鉛直線）は，$x=0$ではそのままの向きのまま大きさを強め，少し離れると余剰質量の方向に少し曲がりつつ次第に大きさが小さくなる。これに対応して，等ポテンシャル面の間隔は，$x=0$で最も狭く，ここから離れるにつれて少しずつ広がることになる。例えば，深さ10kmに余剰質量が1.5×10^{14}kgあるとき，$x=0$で重力増は10mgal，ジオイドの盛り上がりは約10cmになる。

ジオイドの盛り上がりは，次のように考えれば分かりやすい。地下の余剰質量による引力は，水を寄せ集める。寄せ集まった水は，余剰質量の上方に積み重なり，そのため水の表面は盛り上がる。上の式はまた，同じ大きさの余剰質量でも，深さが小さいほど，地表面での変化量は大きくなることを示している。引力はその原因物質からの距離の２乗に反比例して小さくなるため，そこから離れるほど効果が小さくなるのである。



図－２　地下質量による地表での重力（ピンク色の矢印）とその等ポテンシャル面。

次に，実際の地球で水準測量による高さの観測について考えよう。高さは，ジオイド面から鉛直線（重力の方向）に沿って測った長さである。水準測量では，図－３のように，高さが分かっている点A（高さをH_Aとする）から高さを決めたい点B（高さをH_Bとする）まで，地表面に沿ったある経路上で高さの差（比高）を測りながら移動していく。

i番目の測量区間で，図のような２つの等ポテンシャル面間の間隔δh_iが比高として測定されたとする。この場所での地表重力値g_iは，重力の測定で得られる。点Bの地下では，対応する等ポテンシャル面の間隔がδh_{Bi}，そこでの（地中の）重力値をg_{Bi}であるとしよう。このとき，この区間のポテンシャルの差をW_{A-B}とすると，これは２．で説明した仕事量として次式のようになり，地表での測量によって決定できる：

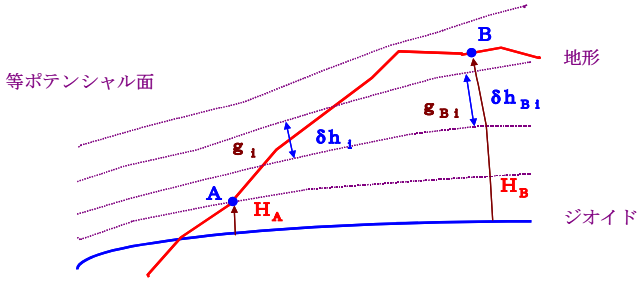
$$W_{A-B} = g_i \cdot \delta h_i = g_{Bi} \cdot \delta h_{Bi} \qquad [5]$$

また，高さの基準であるジオイド面と各点での重力ポテンシャルの差は重力ポテンシャル数と呼ばれ，点A，Bでの重力ポテンシャル数をそれぞれC_A，C_Bとすると，W_{A-B}との関係は当然次のようになる。

$$C_B = C_A + W_{A-B} \qquad [6]$$

点Bの高さは，測量の始点Aがジオイド面上にあるところからのδh_{Bi}を足し合わせた量になる。一般に，g_{Bi}はg_iと異なるため，その量はδh_iを足し合わせた量，つまり，観測比高の和とは一致しない。既に述べたように，地下における重力の値g_{Bi}は計測できないため，このままでは点Bの高さを決めることはできないことになる。また，観測比高は，異なる経路を通った場合，一般に，途中の重力の値と同様異なり，その和は同じにならない。

そこで，重力の分布について何らかの考え方や仮定を導入し，計測できる情報から点Bの高さを決定するいくつかの異なる定義が考えられている。以下にそれらの定義と性質を紹介する（萩原，1978）。



図－３　水準測量による比高観測と高さの関係

３．１　力学高

重力ポテンシャルの差は，そこでの重力値に等ポテンシャル間の間隔，つまり，その区間の高さを掛けたものである。従って，ある点の重力ポテンシャル数が分かるとき，これをその点での平均的な重力値で割れば，高さが得られることになる。そのような重力値の決め方によって，異なる高さが定義される。

重力ポテンシャル数が同じ点は，全て一つの等ポテンシャル面上にある。そこで，全地球上の代表的な一つの重力値γ_0（通常は緯度45度での正規重力値が使われる）という定数で重力ポテンシャル数を割ったものを考えてみる。点Ｐで重力ポテンシャル数C_Pが測定されたとき，

$$H_P^{dyn} := \frac{C_P}{\gamma_0} \qquad [7]$$

$\gamma_0 =$ 980.619 9203 gal

こうして定義される高さ H_P^{dyn} を**力学高**という。明らかに，力学高が同じ点は同じ等ポテンシャル面にあり，これらの間では水が流れることはない。

図－３の場合で点Ｂの力学高を比高和から求めることを考えてみる。このとき，次のようになる：

$$\begin{aligned}\Delta H_{A-B}^{dyn} &:= H_B^{dyn} - H_A^{dyn} = \frac{C_B - C_A}{\gamma_0} = \frac{1}{\gamma_0}\sum_A^B g_i \cdot \Delta h_i \\ &= \frac{1}{\gamma_0}\sum_A^B (\gamma_0 - \gamma_0 + g_i)\cdot \Delta h_i = \sum_A^B \Delta h_i + \sum_A^B \frac{(g_i - \gamma_0)}{\gamma_0}\cdot \Delta h_i \\ \therefore DC &= \sum_A^B \frac{(g_i - \gamma_0)}{\gamma_0}\cdot \Delta h_i\end{aligned} \qquad [8]$$

２行目の最右辺において，始めの項が観測比高の和である。従って，観測比高の和に補正DCを加えて，点Aに対する力学高差が決定できる。この補正量DCを**力学高補正**と呼ぶ。

点P，Qの力学高がそれぞれ H_P^{dyn}，H_Q^{dyn} であるとき，H_P^{dyn} だけ点Pの鉛直下方の点と H_Q^{dyn} だけ点Qの鉛直下方の点は，一般に，同一の等ポテンシャル面上にない。従って，力学高は，特定の等ポテンシャル面を基準とした長さになる量になっていない。それは，各点での実際の重力値はγ_0と異なり，また，各点の地下での重力値も深さによって異なるけれど，力学高ではどこでもどの深さでも重力値を一定値γ_0と扱っているからである。そのため，どこかに基準を設けた長さとして力学高を示すことはできない。

３．２　正標高

ジオイド面から各点まで鉛直線に沿って測った長さで定義される高さは，**正標高**と呼ばれ，直感的に最も自然な高さである。点*A*，*B*において，ジオイド面までの地下の重力の平均値がそれぞれ $\overline{g_A}$，$\overline{g_B}$ のとき，図－３の水準測量のデータから次の関係がなりたつ：

$$\begin{aligned}&H_A^o := \frac{C_A}{\overline{g_A}} \quad ; \quad H_B^o := \frac{C_B}{\overline{g_B}} \\ &\therefore H_B^o - H_A^o = \frac{C_B}{\overline{g_B}} - \frac{C_A}{\overline{g_A}} = \frac{C_B}{\gamma_0}\cdot\frac{\gamma_0}{\overline{g_B}} - \frac{C_A}{\gamma_0}\cdot\frac{\gamma_0}{\overline{g_A}} \\ &\frac{\gamma_0}{\overline{g_B}} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0 + \overline{g_B} - \gamma_0} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0\left(1 + \frac{\overline{g_B} - \gamma_0}{\gamma_0}\right)} \cong 1 - \frac{\overline{g_B} - \gamma_0}{\gamma_0} \\ &\therefore H_B^o - H_A^o \cong \frac{C_B}{\gamma_0}\cdot\left(1 - \frac{\overline{g_B} - \gamma_0}{\gamma_0}\right) - \frac{C_A}{\gamma_0}\cdot\left(1 - \frac{\overline{g_A} - \gamma_0}{\gamma_0}\right) \\ &= \frac{C_B - C_A}{\gamma_0} + \frac{\overline{g_A} - \gamma_0}{\gamma_0}\cdot H_A^o - \frac{\overline{g_B} - \gamma_0}{\gamma_0}\cdot H_B^o\end{aligned} \qquad [9]$$

最後の辺は，第一項が力学高になっている。従って，観測比高に補正*OC*を加えた量を既知点*A*の正標高に足すことで点*B*の正標高を得られる形で表すとき，*OC*は次式になる：

$$OC = DC + \frac{\overline{g_A} - \gamma_0}{\gamma_0}\cdot H_A - \frac{\overline{g_B} - \gamma_0}{\gamma_0}\cdot H_B \qquad [10]$$

この補正量OCを**正標高補正**という。この算出では，点*A*の正標高に対応した等ポテンシャル間の点*B*での間隔に関する補正も考慮されていることに注意する。

正標高の算出には，地下における重力の平均値が必要であり，これは厳密には与えることができないため，正標高の決定は厳密には行えない。そのため，地下における質量分布など地下での重力分布に関する仮定（近似）を設けなければ正標高は求められない。

最も簡単な近似では，次の仮定をおく。

- 近傍の地形は平坦であり，地形起伏による影響は地表からジオイド面までの重力について同じ
- 地形質量を除いて考えるとき，重力の鉛直勾配はフリーエア勾配（0.3086mgal/m）と一致し，それは緯度，標高によっても変化しない
- 地形質量の効果は，密度ρが2.67g/cm^{3}である厚さが一様な板（**ブーゲー板**という）として考えて良い

図－４のとおり，正標高Hを求めようとする点を*P*，点*P*の直下でジオイド面上の点をP_0とする。ブーゲー板の引力は，点*P*では鉛直下向き，点P_0では上向きに，次式で表される大きさになる：

$$2\pi G\rho H = 0.1119(mgal/m)\cdot H \qquad [11]$$

点*P*での重力値がg_Pであるとき，点P_0での重力値g_{P0}は次になる：

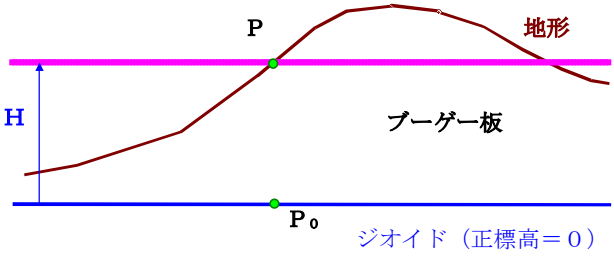
$$\begin{aligned}g_{P0} &= g_P - 0.1119H + 0.3086H - 0.1119H \\ &= g_P - 0.0848H\end{aligned} \qquad [12]$$

ブーゲー板の引力は，点*P*では重力を強める効果，点P_0では弱める効果に働き，点P_0での重力は点*P*での重力に比べ２倍のブーゲー板の引力分小さくなる。これに，下方にある点P_0ではフリーエア勾配の分だけ重力が強くなる効果が加わった結果として，点P_0での重力が得られることを示している。この鉛直勾配を**ポアンカレ・プレイの重力勾配**という。

この式は，地下の重力値が深さに比例して増加することを示している。従って，点*P*から点P_0までの重力の平均値は，中間の深さH／２での重力値に一致する。つまり，点*P*におけるジオイド面までの重力の平均値と正標高は次式になる：

$$\overline{g_P} = g_P + 0.0424(mgal/m)H_P$$
$$H_P = \frac{C_P}{g_P + 0.0424H_P} \qquad [13]$$

この近似を使って得られる正標高を**ヘルメルト高**という。重力ポテンシャル数が同じ点であっても，重力値が大きく異なるとき，原理的に正標高は異なる。地球の質量分布の不均質性による重力の違いは重力の大きさそのものに対しては小さいので，そのようなことは，狭い範囲では起こらない。しかし，南北に広く離れた点では重力の違いが大きく，標高値が大きいとき，重力ポテンシャル数が同じで，正標高に有意な大きさの違いを生じることがある。湖水位の高さ約80mの琵琶湖は，南端と北端で約32分の緯度差がある。湖水位面のヘルメルト高は，南端に比べ北端で約2.2㎜低くなる。



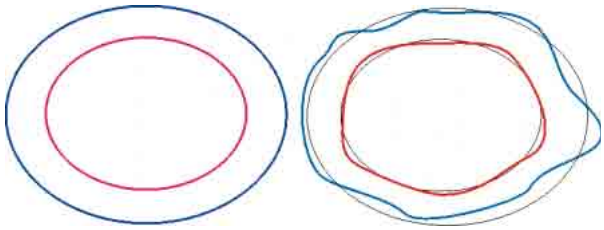
図－４　地形，ジオイドとブーゲー板

３．３　正規高

水準測量と重力測量を使えば，地表各点の重力ポテンシャル数は測定できる。重力ポテンシャル数から正標高を求めようとする場合，地下での重力の変化を知る必要があるため，厳密には決定できない。ヘルメルト高では，簡単な仮定を設けることにより近似的に正標高を求めている。

別の考え方として，重力の分布が正規重力であると仮定してみることができる。もちろん，各点の重力ポテンシャル数は実測したものを使うこととする。正規重力は，正規モデルにおいて，点の位置（緯度と楕円体高）が分かれば正しく算出できる。

正規モデルと現実の地球について，等ポテンシャル面についての対応関係を始めに示す。特定の重力の等ポテンシャル面であるジオイド面が，現実の地球に一つ存在する。これと同一の正規ポテンシャル値を持つ等正規ポテンシャル面が，正規モデルで一つあり，当然これは，正規楕円体面である。地表上のある点を通る重力の等ポテンシャル面が一つある。ここでの重力ポテンシャル値は，ジオイド面のポテンシャル値とその点の重力ポテンシャル数から求められる。すると，その重力ポテンシャル値と同じ正規ポテンシャル値をもつ等正規ポテンシャル面を探すことができる。これらの関係を図－５に示す。

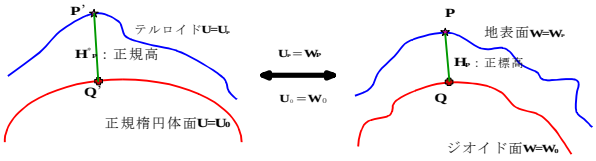


図－５　地球と重力の等ポテンシャル面の例
（左）GRS80，（右）現実の地球。赤は楕円体面とジオイド，青はある等正規ポテンシャル面と対応する重力等ポテンシャル面

では，現実の地球上の各点に対して，どこの正規重力を使えば良いのか？次のように考えることにする。

まず，高さを知りたい地表点をP，その直下のジオイド面上の点をQとする（図－６）。PQ間の鉛直距離が点Pの正標高H_Pである。点P（従ってQ）の世界測地系での経緯度が測量により分かっているものとする。正規モデルに対して同じ経緯度を持つ，楕円体面上の点をQ'とすると点QとQ'は，重力のポテンシャル値と正規ポテンシャル値が当然同じになっている。同様に，点Q'と同じ（正規モデルでの）経緯度にあり，正規ポテンシャル値が点Pの重力ポテンシャル値と同じである点P'が一点に定まる。$P'Q'$間の距離をH_P^*とする。こうして，地球での点P，Q，正標高H_Pに対して，正規モデルで点P'，Q'，H_P^*が対応づけられる。数学では，このような処理を写像という。このとき得られるH_P^*を点Pの**正規高**と呼ぶ。

地球の地表に沿って点Pを動かすとき，それぞれ対応する点P'がある面を作る。このとき，地表上の各点での重力ポテンシャル値は異なっているので，点P'の軌跡が作る面の正規ポテンシャルも異なっている。こうしてできる面のことを，測地学ではテルロイドと呼ぶ。従って，正規高はテルロイドの楕円体からの高さを与える。特に重要なのは，測量によって点Pの経緯度，重力ポテンシャル数は測定できるので，それにより，点P'，Q'の位置が決定でき，これらの位置での正規重力や正規高H_P^*を厳密に決定できるということである。



図－６　地球と正規モデルの間でのジオイド，地形面とその上の点の対応関係。（左）GRS80，（右）現実の地球。赤線は同じポテンシャル値を持つ正規楕円体面とジオイド面，青線は地表面（右）とそれぞれの点で同じポテンシャルを持つ対応点の軌跡（左）

$P'Q'$間の正規重力の平均値は，[1]～[3]より次式になる：

$$\overline{\gamma_P} = \frac{1}{H_P^*}\int_0^{H^*} \gamma_{\phi,h}\,dh = \gamma_\phi - 0.15439(1-0.00142\sin^2\phi)H_P^* + 2.4\times10^{-8}H_P^{*2} \qquad [14]$$

従って，図－３の水準測量に対する正規高の算出は次のようになる：

$$H_A^N := \frac{C_A}{\overline{\overline{\gamma_A}}} \quad ; \quad H_B^N := \frac{C_B}{\overline{\overline{\gamma_B}}}$$

$$\therefore H_B^N - H_A^N = \frac{C_B}{\overline{\overline{\gamma_B}}} - \frac{C_A}{\overline{\overline{\gamma_A}}} = \frac{C_B}{\gamma_0}\cdot\frac{\gamma_0}{\overline{\overline{\gamma_B}}} - \frac{C_A}{\gamma_0}\cdot\frac{\gamma_0}{\overline{\overline{\gamma_A}}}$$

$$\frac{\gamma_0}{\overline{\overline{\gamma_B}}} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0+\overline{\overline{\gamma_B}}-\gamma_0} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0\left(1+\dfrac{\overline{\overline{\gamma_B}}-\gamma_0}{\gamma_0}\right)} \cong 1-\frac{\overline{\overline{\gamma_B}}-\gamma_0}{\gamma_0}$$

$$\therefore H_B^N - H_A^N \cong \frac{C_B}{\gamma_0}\cdot\left(1-\frac{\overline{\overline{\gamma_B}}-\gamma_0}{\gamma_0}\right) - \frac{C_A}{\gamma_0}\cdot\left(1-\frac{\overline{\overline{\gamma_A}}-\gamma_0}{\gamma_0}\right)$$

$$= \frac{C_B-C_A}{\gamma_0} + \frac{\overline{\overline{\gamma_A}}-\gamma_0}{\gamma_0}\cdot H_A^N - \frac{\overline{\overline{\gamma_B}}-\gamma_0}{\gamma_0}\cdot H_B^N \qquad [15]$$

最後の辺は，第一項が力学高になっている。従って，観測比高に補正NCを加えた量を既知点Aの正規高に足すことで点Bの正規高を得られる形で表すとき，NCは次式になる：

$$NC = DC + \frac{\overline{\overline{\gamma_A}}-\gamma_0}{\gamma_0}\cdot H_A^N - \frac{\overline{\overline{\gamma_B}}-\gamma_0}{\gamma_0}\cdot H_B^N \qquad [16]$$

この補正量NCを**正規高補正**という。正規重力は，緯度が高くなるにつれて大きくなるので，大きな湖では，その湖水位がいつも高緯度側が低緯度側に比べ正規高が低くなる。琵琶湖で見積もると，その違いは約4.7㎜である。

３．４　正規正標高

力学高，正標高（の近似）や正規高は，いずれも重力ポテンシャル数を使って地表点の高さを決定する。そのためには，水準路線に沿って重力の測定が行われなければならないことになる。明治時代に始まった日本の近代測量では，重力の詳細な測定を行うことができなかったため，水準測量によってこれらの高さは求めることができないことになる。

そこで，更に新たな近似を導入して水準測量だけから決定できる高さを考えよう。現実の重力を全て正規重力に置き換えて（正規重力で近似して）扱うことにより，重力ポテンシャル数の測定を近似的に行うことができる。この方法で得られる高さは，**正規正標高**と呼ばれる。

緯度ϕ，高さHにおける正規重力は，[1]～[3]を簡略化して次式で表すことができる：

$$\gamma_{\phi,H} = \gamma_e\left(1+\beta\sin^2\phi\right)(1-\alpha H) \qquad [17]$$

ここで，αとβはそれぞれ定数である。

図－３で示す水準測量から正規正標高を求める処理を考える。このとき，重力値g_i，g_{Bi}は対応する正規重力γ_i，γ_{Bi}で近似する。また，点Aの正規正標高に対応する点Bの地下での間隔を$H_{B,A}$とすると，以下の関係がなりたつ：

$$H_{B,A} = \frac{\gamma_e\left(1+\beta\sin^2\phi_A\right)\left(1-\alpha H_A^{NO}/2\right)}{\gamma_e\left(1+\beta\sin^2\phi_B\right)\left(1-\alpha H_{B,A}/2\right)}H_A^{NO} \cong \frac{\left(1+\beta\sin^2\phi_A\right)}{\left(1+\beta\sin^2\phi_B\right)}H_A^{NO} \cong H_A^{NO}\left\{1+\frac{\beta}{2}\left(\cos2\phi_B-\cos2\phi_A\right)\right\}$$

$$\delta h_{Bi} = \frac{\gamma_i}{\gamma_{Bi}}\delta h_i \cong \frac{\gamma_e\left(1+\beta\sin^2\phi_i\right)}{\gamma_e\left(1+\beta\sin^2\phi_B\right)}\delta h_i \cong \delta h_i\left\{1+\frac{\beta}{2}\left(\cos2\phi_B-\cos2\phi_i\right)\right\}$$

$$\therefore H_B^{NO} = H_{B,A} + \sum_A^B \delta h_{Bi} = H_A^{NO}\left\{1+\frac{\beta}{2}\left(\cos2\phi_B-\cos2\phi_A\right)\right\} + \sum_A^B \delta h_i\left\{1+\frac{\beta}{2}\left(\cos2\phi_B-\cos2\phi_i\right)\right\}$$

$$= H_A^{NO} + \sum_A^B \delta h_i + \beta\int_{\phi_A}^{\phi_B} h\sin2\phi d\phi$$

$$\therefore NOC := \beta\int_{\phi_A}^{\phi_B} h\sin2\phi d\phi \cong -\beta\overline{H_{A,B}}\Delta\phi\sin2\bar{\phi}$$

$$\overline{H_{A,B}} := \frac{H_A^{NO}+H_B^{NO}}{2},\quad \Delta\phi := \phi_B-\phi_A,\quad \bar{\phi} := \frac{\phi_A+\phi_B}{2} \qquad [18]$$

ここで，NOCは正規正標高補正であり，２点の平均緯度，平均標高と緯度差で決まる量になっている。この補正量は一般に，**楕円補正**と呼ばれ，平均標高をm，緯度差をradianで与えると，重力式1980ではβ=5.29㎜/mになる。楕円補正は，[19]から明らかなように，東西の路線（緯度差０）では補正量が０になり，緯度差のある路線に対して補正量が生じる。これは，正規重力場では，回転対称性から東西方向では等正規ポテンシャル面間隔が同一であり，高緯度になるほど等正規ポテンシャル面間隔が狭くなることを反映している。等正規ポテンシャル面の形は，楕円体面上を除くと回転楕円体にはならない（Torge，1991）。また，その補正量は，水準路線の平均標高に比例するので，標高が低ければ補正量は非常に小さい。

正規正標高は，重力に関していずれも正規重力で近似するものである。そのため，これは正規高の近似とも正標高の近似ともみなせる。正規高に対しては重力ポテンシャル数の算出に正規重力による近似をつかったものと考えられ，正標高に対しては実際の重力を全て正規重力で近似したものとも考えられる。

３．５　高さの違い

上記の異なる高さの間では，正規重力と地球の重力場のずれに応じて系統的な違いを生じる。ここでは，正規高と正標高（ヘルメルト高）の間の違いを調べてみる。正規高は重力ポテンシャル数を区間の正規重力の平均値で割った量であり，正標高は重力ポテンシャル数を区間の重力の平均値で割ったものである。高さの変化に伴って，正規重力はフリーエア勾配で変化し，重力はポアンカレ・プレイ勾配で変化すると近似的に考えて良い。このとき，同じ点での違いは次式のようになる：

$$\overline{g_P}-\overline{\gamma_P}=g_P+0.0424H_P^O-(\gamma_P-0.1543H_P^N)$$
$$\cong g_P-\gamma_P+0.1967H_P^O=BA_P$$
$$H_P^N-H_P^O=\frac{C_P}{\overline{\gamma_P}}-\frac{C_P}{\overline{g_P}}=\frac{C_P}{\overline{\gamma_P}}-\frac{C_P}{\overline{\gamma_P}+BA_P}=\frac{C_P}{\overline{\gamma_P}}-\frac{C_P}{\overline{\gamma_P}\left(1+\frac{BA_P}{\overline{\gamma_P}}\right)}$$
$$\cong\frac{C_P}{\overline{\gamma_P}}\cdot\frac{BA_P}{\overline{\gamma_P}}=H_P^N\cdot\frac{BA_P}{\overline{\gamma_P}}$$

［19］

ここで，BAは重力の単純ブーゲー異常と呼ばれ，地形（正確にはブーゲー板）の質量をはぎ取ってなくしたときの重力と正規重力の差を示す。アイソスタシーが成り立って，大きな山体による過剰な質量が地殻の下部に根を張り出すことで支えられているとき，ブーゲー異常は山の高さに比例した大きさの負の量を示す。

正規高と正標高の較差は，［19］より標高とブーゲー異常の積を約980galの正規重力値で割ったものになっている。従って，アイソスタシーが成り立つところでは，標高が高いところほど高さもブーゲー異常の大きさも大きくなり，較差が大きな負の値を示すことになる。標高が低いところでは，ブーゲー異常が大きな値を持っていても，較差はほとんど見られないことになる。ブーゲー異常は，大きいところで数百mgalになる。従って，較差は最大で高さの数百ppmの大きさになる。

また，水準測量における調整計算では，環閉合差を求め，それらが無くなるような平均計算を行う。環閉合差は，始点から測量を始めて同じ点に戻る，閉じた環状の水準路線についての累積標高差である。これは，各水準区間における観測比高に対する補正式[8]，［10］，［16］から，力学高，正規高，正標高のいずれの場合も同一の補正量の累積和，つまり，重力ポテンシャル数の閉合差になる。これらの高さでは，環閉合の調整処理に違いがない。

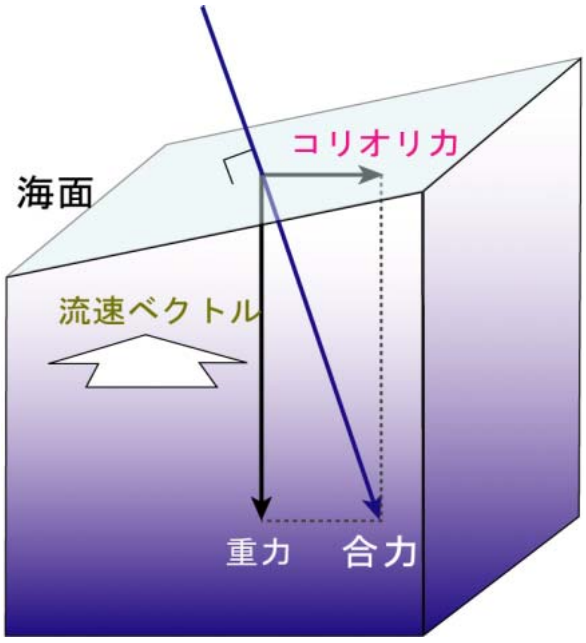
４．重力以外の影響による高さの変化

２．で高さは重力によるポテンシャル面の間隔として定義され，重力は地球質量による引力と自転による遠心力だけからなると説明した。地球上の物体には，これら以外にも力を受け，そのため，平均海面や陸地において水の作る等ポテンシャル面は変形を受けている。この節では，そのような力の影響の主なものを紹介する。

４．１　高さを時間変化させる要因

大洋には大規模な海流がある。日本周辺では，西岸境界流の一つである黒潮が日本列島の南沖を西から東に流れ，亜寒帯循環の一つである親潮が日本列島の東沖を北から南に流れている。黒潮は特に強い潮流の一種であり，幅約100km，海面での流速は最大２m/sになる。

自転している地球で運動する物体には，コリオリ力という力が働く。この力は，北半球では運動ベクトルに対して直角右向きに及ぼす。この力は，台風を北半球では左巻きの渦にする。高気圧から低気圧に向かって吹く風に，コリオリ力が働くために左巻きになる。いま，図－７のように日本の近海（北半球）で強い海流が流れているとする。この海水には，鉛直下向きの重力に加え，水平面内で速度の右向きにコリオリ力が働く。これら二つの合力は鉛直からずれた（傾いた）方向に働き，海面はこの合力と直角になるように傾く。その結果，重力の等ポテンシャル面に対し，流れの右側で高く，左側で低くなるように海面がずれてしまう。ずれは，１mにも及ぶ。



図－７　コリオリ力と海面の傾斜（北半球）

このような大きな規模の海流は，位置や流れの速さを少し変化させながらも，大局的には一定の様相を示す。つまり，流れが反転することはない。そのため，海流による海面の凹凸（ジオイド面からのずれ）は，長期間の平均をとったとしてもゼロにはならない。このようなジオイド面からの海面のずれを**海面形状**という。人工衛星

アルチメトリー（海面高度計）による観測により海面の地心位置を正確に計測できるようになったが，その時間平均位置はジオイドと一致していない。

海洋では，その上に覆い被さっている大気の影響も受ける。大気中の風は海水に流れや波を生じる。また，大気圧は海水を上から押しつけている。そのため海面は，気圧が高いところでは凹み，低いところでは膨らみ，重力の等ポテンシャル面からやはりずれる。このずれは，最大50cmになる。この影響は，海上での気圧を計測して海面高の変化を正確に見積もることができる。

また，地球の周りには大きな引力源として月や太陽がある。地球は太陽の周りを１年周期で公転しながら，１日周期で自転している。地球から見ると，赤道面に対して太陽は緯度（赤緯）±23.4°の範囲で周回している。月は約30日周期で赤緯±20°の範囲を周回している。これら月や太陽の引力を**潮汐力**といい，この力によって海洋や地殻も変形している。海水は潮汐力に対して流体として応答し，固体部分の地球も弾性体として変形する。潮汐による地殻の上下変形は30cm程度，潮の干満は地殻と海面の上下変形差であり，平均して80cmであるが，海底や湾の形によって港での干満差は拡大することがあり，干満差が10mを超える場合もある。

潮汐力により，等ポテンシャル面も変形する。これによる時間変化の大きさは，正標高では月が36cm，太陽が17cm，ジオイド面の高さは月が69cm，太陽が32cmの最大幅を持つ（Vanicek and Krakiwsky，1986）。この変化は地球に対する月や太陽の周期的な位置変化によって生じているので，半日，１日，２週間，１月，半年，１年などの決まった周期で変化している。

このように，潮汐力は地表上についても大きな上下変化をもたらすので，GPSなどによる精密測定では潮汐力の効果を正しく処理しなければ，数cm以内の精度で測点の位置を正しく求めることはできない。周期変化をしているので長期間の測量を行って時間平均をとれば，精密な位置を求められる。しかし，一点の位置決定に何年も費やすのでは，測量としては効率が悪すぎる。

月や太陽の潮汐力は，その質量や運動（軌道）が正しく分かっていてモデル化されている。そこで，GPSなどの高精度解析では，そのようなモデルを取り入れることで，数時間などの限られた時間の観測から精密な平均位置を決定している。問題は，平均としてどのような状態を採るかである。これについて次節で考える。

４．２　潮汐力による地球の永年変形

前節で述べたように，月や太陽の周回は限られた赤緯の範囲にある。そのため，潮汐力の長期間にわたる平均はゼロにならない。これを潮汐力の永年成分というが，地球に対する影響には，次の二種類がある（黒石，2000）。

１）永年潮汐力：地球やその上にある物体に直接働く潮汐力の永年成分，
２）永年変形：永年潮汐力によって生じる固体地球の永年的な変形（赤道方向に膨らむような）。

GPSや水準測量などから測点の時間平均位置を与えるなど，測地基準系を定義する場合，潮汐力の永年成分に関する取り扱い方の違いによって異なるものが考えられる（Ekman，1989）。固体地球の表面（地殻）の形状やその上にある基準点の位置については，

１）mean/zero地殻：時間変動する潮汐変形は除去し，永年変形はそのまま保持した固体地球を採用，
２）non-tidal地殻：永年変形も含め，全ての潮汐力を除去した（月や太陽が存在しない状態での）固体地球を採用，

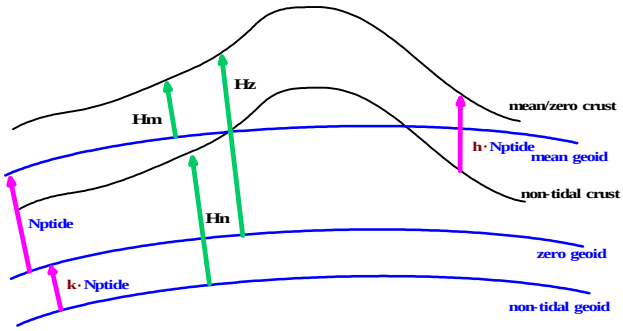
の二通りが考えられ，また，重力やジオイドについては，

１）meanジオイド/重力：直接の潮汐力とそれによる固体地球の変形のうち，時間変動成分だけ除去したもの，
２）zeroジオイド/重力：時間変動成分を除去し，直接の潮汐力の永年成分を除去するが，固体地球の永年変形は残す（含む）もの，
３）non-tidalジオイド/重力：一切の潮汐力の影響を除去するもの，

の三通りが考えられる。従って，GPS測量等から基準点の時間平均位置を与える場合，どの定義に基づいた処理方式を使うかによって結果が異なることになる。

潮汐力が働いていないときの地表面（地殻）の位置を‘non-tidal地殻’，ジオイド面を‘non-tidalジオイド’とする（図－８）。固体地球が全く変形しない剛体のとき，（直接の）潮汐力によってジオイド面が変形するが，その楕円体高の永年成分（時間平均）をN_{ptide}とすると，次式に示す，赤道付近が膨らみ，高緯度でへこむ様式になる：

$$Nptide = 9.9 - 29.6\sin^2\phi \quad \text{cm} \qquad [20]$$



図－８　潮汐力による固体地球の永年変形とジオイド面の変形。

実際の固体地球は潮汐力に対して弾性変形し，地殻の楕円体高は永年成分として$h\cdot N$ptideの変形をする。この変形のため，ジオイド面はさらに$k\cdot N$ptideの変形をする。ここで，hやkは地球の弾性を示す定数であり，ラブ定数と呼ばれる。hは約0.62，kは約0.30である。‘non-tidal’では，潮汐力がない状態での地球を考える。‘zero’では，地球は$h\cdot N$ptideだけ永年変形しているが，ジオイド面については直接の永年効果Nptideを受けない状況を考える。‘mean’では，永年変形した地球であり，ジオイド面も直接の永年効果を受けた状況を考えるのである。

Ekman（1989）は，これら永年潮汐効果について異なる定義による高さの間の差を，緯度の関数として次のように与えた。ただし，添え字m，z，nでそれぞれmean，zero，non-tidalの定義を区別する。

1）ジオイド高（ジオイド面の楕円体高）について：

$$\begin{aligned} N_m - N_z &= 9.9 - 29.6\sin^2\phi \quad \text{cm} \\ N_z - N_n &= k(9.9 - 29.6\sin^2\phi) \quad \text{cm} \\ N_m - N_n &= (1+k)(9.9 - 29.6\sin^2\phi) \quad \text{cm} \end{aligned} \qquad [21]$$

較差の範囲は，mean－zeroで－19.7 cm～＋9.9 cm，zero－non-tidalで－5.9 cm～＋3.0 cm，mean－non-tidalで－25.6 cm～＋12.9 cmである。低緯度では，non-tidalジオイド，zeroジオイド，meanジオイドの順に盛り上がっていることが分かる。

2）標高（ジオイド面からの高さ）について：

$$\begin{aligned} H_m - H_z &= -\left(9.9 - 29.6\sin^2\phi\right) \quad \text{cm} \\ H_z - H_n &= (1-\gamma)(9.9 - 29.6\sin^2\phi) \quad \text{cm} \\ H_m - H_n &= -\gamma(9.9 - 29.6\sin^2\phi) \quad \text{cm} \end{aligned} \qquad [22]$$

$\gamma:=1+k-h$は減少定数と呼ばれ，約0.68である。標高はそれぞれの定義において，ジオイド面から地殻表面の高さを考えることになる。低緯度では，zeroジオイド面からの標高，non-tidalジオイド面からの標高，meanジオイド面からの標高の順に値が小さくなることが分かる。

3）比高観測値について：

南から北へ水準測量したときの標高差は次になる。

$$\begin{aligned} \Delta H_m - \Delta H_z &= 29.6\left(\sin^2\phi_N - \sin^2\phi_S\right) \quad \text{cm} \\ \Delta H_z - \Delta H_n &= 29.6(\gamma-1)\left(\sin^2\phi_N - \sin^2\phi_S\right) \quad \text{cm} \\ \Delta H_m - \Delta H_n &= 29.6\gamma\left(\sin^2\phi_N - \sin^2\phi_S\right) \quad \text{cm} \end{aligned} \qquad [23]$$

南北差のある水準路線では，定義の違いによって標高差に系統的な違いがあることが分かる。

4）GPSによる地殻上の基準点の楕円体高について：

地殻の楕円体高を与えるものなので，meanとzeroでは同じになる。比高の場合は北から南の点として表すと次になる。

$$\begin{aligned} h_m - h_n &= h_z - h_n = h\left(9.9 - 29.6\sin^2\phi\right) \quad \text{cm} \\ \Delta h_m - \Delta h_n &= \Delta h_z - \Delta h_n = -29.6h\left(\sin^2\phi_S - \sin^2\phi_N\right) \quad \text{cm} \end{aligned} \qquad [24]$$

低緯度では，non-tidal地殻に比べ，mean/zero地殻の方が楕円体高が高いこと，南北差のある路線では定義の違いにより楕円体比高に較差があることが分かる。

従って，測地基準系や各測量点の位置を示す場合，時間平均であるとしても，月や太陽による潮汐の永年成分についてどのような処理を基準としているかに注意が必要である。GPSなどの学術的な処理や世界測地系では，一般に，潮汐力の効果を一切除去したnon-tidal系が使われている（Poutanen et al.，1996）．

５．日本の高さ基準系

これまで，いろいろな高さの定義と重力との関係，重力測定値を用いた高さの決定処理，重力以外の力による海面や高さの変化について概説した。特に潮汐力について，永年成分の種類とその高さ等に与える影響について詳しくみてきた。ここでは，日本の高さ基準系に関して，従来のものと測地成果2000による成果が何にあたるかを紹介したい。

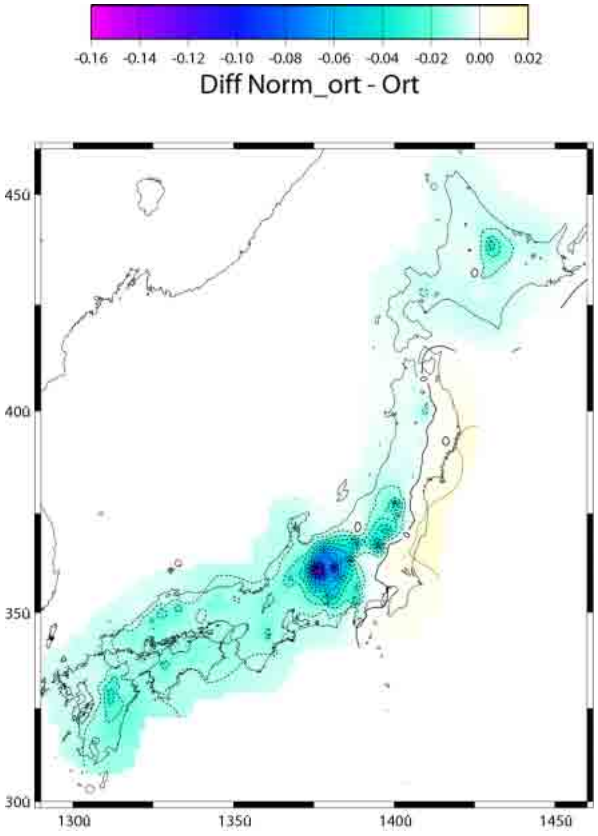
日本の高さ基準系は，測量法により平均海面からの高さを用い，その原点は**日本水準原点**におかれ，その原点数値（高さの原子）は**東京湾**の**平均海面**の観測に基づいて定められた。つまり，高さの系としては正標高を用い，東京湾平均海面をその‘０’基準として定める考えが採られている。

従来の成果は，実測の重力成果が十分に収集されていない段階で全国の高さ基準を成果として提供するために，正標高の近似として正規正標高が高さの系として用いられた。水準点の成果は，北海道を除く全国について1961年から1968年に行われた水準測量の観測を用いて水準原点１点の標高値を固定した同時網平均処理による「**昭和44年度平均成果**」と，北海道について1968年から1972年に行われた水準測量の観測を用いて忍路験潮場近傍の一等水準点6996を１点固定した網平均処理による「**昭和47年度平均成果**」がとりまとめられ，それぞれ1969年と1972年に公表された。ごく局所的な変化による標高値の部分的な更新を除き，これら成果が日本の標高基準として約30年間用いられてきた。

日本では，広域的なプレート運動や地震・火山活動に伴う地殻変動や地盤沈下などによって地盤標高がかなりの地域で時間的に変動している。そのため，標高の成果に不整合が生じてきた。そこで，国土地理院では，最新の水準測量から，全国的に稠密に収集された重力観測を用いた処理を導入してヘルメルト高を高さの系として，

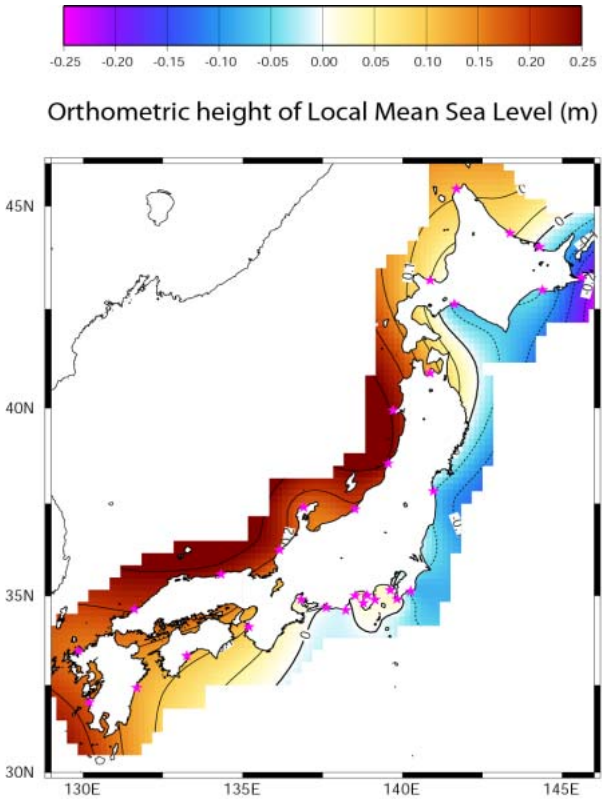
全国の水準点成果を更新し，「**2000年度平均成果**」として公表した。

これら新，旧の標高成果では，測量時期の違いによる標高の違いに加えて，高さの系の違いによる較差も含まれる。全国の一等水準点について，最新の水準測量成果を用いて計算したヘルメルト高に対する正規正標高の較差を図－９に示す。大きな較差がみられるのは，ほぼ中部山岳に限られている。日本の国家水準点の全てについて，その約82％は200m以下，約95％は500m以下の標高であり，最高点は野麦峠の約1,670mである（黒石，1998）。多くの水準点では，標高が低いために高さの系の違いによる較差は小さく，約93％が２cm以下，15cm以上の較差は標高が1,300m以上にある８点だけであった（国土地理院，2003a）。最高点である野麦峠において較差が最大となり，約－20cmであった。なお，図－９はあくまで水準点について得られた較差を図示したものであり，水準点のない山間部での較差はこの図のとおりとはいえないことを注意しておく。



図－９　全国の水準点における正規正標高とヘルメルト高の較差。コンター間隔は１cm，図中の数値の単位はm。

新しい標高成果の決定では，水準原点１点の標高値だけを固定した処理が採用された。日本の主要４島では国土地理院だけでも25ヶ所に験潮場が設置され，それぞれの場所での平均海面位が測定されている。そこで，全国31ヶ所の験潮場において過去10年間の観測から求められた平均海面位について「2000年度平均成果」に基づく標高を調べると，図－10の結果が得られた（国土地理院，2003b）。図から，平均海面が日本海沿岸では20cm程度，四国南岸から九州の東岸で10cm程度，東日本から北海道の太平洋岸では－５cm程度の標高を持つ地域が広がっていることが分かる。使用した験潮場の分布に偏りがあり，とくに北海道から東北，関東地方の太平洋岸で希薄になっており，場所によっては平均海面位の標高はこの図とは必ずしも一致していないこともあろう。



図－10　全国の験潮場（31ヶ所を使用）における過去10年間の平均海面位の標高。図中の数値の単位はm，コンター間隔は５cm。星印が験潮場の位置。（国土地理院，2003bを改変）

日本海の平均海面標高が太平洋岸に比べて20cm程度高いことは，過去の水準測量と験潮記録の解析からも知られており，この図でみられる大まかな傾向は，日本周辺の海面形状を示していると考えられる。４．１において，大気圧による影響や大規模な海流の存在などにより，平均海面がジオイドからずれた海面形状を持つことを紹介した。海水の温度，塩分濃度などによっても海面位にジオイドからのずれが生じる。日本周辺の海面形状については，海洋学の分野でも関心がもたれている。図－10から，日本周辺の各地の平均海面は，同一の重力等ポテン

シャル面には一致していないことが分かる。このことから，各験潮場での平均海面位を正標高の‘０’基準として用いると,高さ基準系に歪みが含まれることが分かる。そのため，日本の高さ基準系では水準原点１点だけを高さの原子としている。

４．では潮汐力によってジオイドを含め等ポテンシャル面が時間的に変化し，永年的な変化をもつことを説明した。また，世界測地系では，全ての潮汐力の影響を除去したnon-tidal系は採用されていることも紹介した。

それでは，水準測量の処理とそれによる標高値ではどのような処理が行われているのであろう。現在，日本では水準測量では潮汐力については一切処理が加えられていない。つまり，時間平均などの処理が行われない，測量が実施された時刻での，潮汐力を含めた瞬間の等ポテンシャル面に準拠したものになっている。

水準測量による比高観測に対する潮汐力の補正量は，水準路線長比で最大0.1mm/kmになり，南北方向に累積する性質がある。米国では，西海岸のカリフォルニア州サンディエゴからワシントン州のスポカーネまでの範囲で補正量の累積値は７cmになった(Balazs and Young,1982)。将来的には，水準測量の処理にこの補正を含めることも検討されるべきであろう。

参 考 文 献

Balazs, E.I. and G.M.Young (1982) : Corrections Applied by the National Geodetic Survey to Precise Leveling Observations, NOAA Technical Memorandum NOS NGS 34, Rockville, Maryland: National Geodetic Information Center NOAA

Ekman, M. (1989) : Impacts on Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity, Bull. Geod., 63, 281-296

萩原幸男 (1978) : 地球重力論，共立全書223，共立出版

Heiskanen, W. and H. Moritz (1967) : Physical Geodesy, W. H. Freeman and Company, San Fransisco

国土地理院 (2003a) : 国土地理院の測量事業・技術の変遷，国土地理院時報，100，1-108，国土地理院

国土地理院 (2003b) : 測地成果2000構築概要，国土地理院技術資料B-5 No.20，国土地理院

黒石裕樹 (1998) : 日本におけるHelmert高決定のための地表重力値の推定とその誤差の影響，測地学会誌，44，223-236

黒石裕樹 (2000) : 日本のジオイドの重力手法による精密決定，測地学会誌，46，1-20

Moritz, H. (1980) : Geodetic Reference System 1980, Bull. Geod., 54, 395-405

Moritz, H. (1990) : The Figure of the Earth: Theoretical Geodesy and the Earth's Interior, Wichmann, Karlsruhe

Poutanen, M., M. Vermeer and J. Makinen (1996) : The permanent tide in GPS processing, J. Geod., 70, 499-504

Torge, W. (1991): Geodesy 2nd ed., Walter de Gruyter, Berlin-New York

坪井忠二 (1979) : 重力　第２版，岩波全書61，岩波書店

Vanicek, V. and E. Krakiwsky (1986): Geodesy: The Concepts Second ed., Elsevier, Amsterdam