

## 日本の測地測量における統合処理の考察 (II)

### Study of Combined Adjustment in Geodetic Network of Japan (II)

地殻調査部 中根勝見

Crustal Dynamics Department Katsumi NAKANE

企画部 黒石裕樹

Planning Department Yuki KUROISHI

#### 要 旨

第1章：GPSと地上観測値の統合処理に用いる各種観測値の重みが、基準点測量作業規程などでこれまで定められてきていた重みをもとに、推定された。これら重みに用いる分散の推定結果を下記に示す。

観測値の区分	分散	備考
GPS (干渉測位)	m ppm m (0.006) <sup>2</sup> + (0.2×S) <sup>2</sup>	
水平角	〃	T3/9対回
精密測地網中距離網	(0.8) <sup>2</sup>	T3/6対回
精密測地網標準網	(1.0) <sup>2</sup>	T2/3対回
2次基準点測量	(1.4) <sup>2</sup>	
高度角	〃 (3.0) <sup>2</sup>	観測時間帯10～15時。望遠鏡正反片方向観測の場合
EDM距離観測	(a <sup>2</sup> + b <sup>2</sup> S <sup>2</sup> ) a(m) b(ppm)	Sの単位m
精密測地網中距離網	0.005 2	
2次基準点測量	0.005 2	
1級基準点測量 (4等三角)	0.010 5	
直接水準測量	mm km	
1等(級)水準測量	(1.3) <sup>2</sup> S	
2等(級)水準測量	(2.5) <sup>2</sup> S	
ジオイド高	m (0.03) <sup>2</sup>	

これら推定された重みにより統合処理を行い、観測値間の整合である内部整合性及び未知数の推定値の確度である外部整合性を調べた結果、推定された重みに大きな問題はない。しかし、十分なデータがないため、今後のデータの蓄積とその検討が必要である。

第2章：統合測地学におけるポテンシャルの代わりにジオイド高Nを用いる。この統合処理の数学モデルは、観測値をL、未知数である座標値をXとして次式で示す。

$$L = F(X, N)$$

$X = X^0 + x$ 及び $N = N^0 + dN$ として線形化し、次の観測方程式を得る。

$$v = Ax + GdN - d$$

ただし、 $v$ は残差ベクトル、 $A$ 及び $G$ は係数行列、 $X^0$ 及び $N^0$ は概算値ベクトル、 $d$ は観測値ベクトルLを含む定数項ベクトルである。 $dN$ はジオイド高の修正値である。

JGEOID93 (Kuroishi, 1995) から得られるジオイド高には平面傾斜誤差を含んでいるものとして、 $dN$ は次式で表される。

$$dN = aX + bY + c$$

ここに、 $X$ 、 $Y$ は平面座標値、 $a$ 、 $b$ は $X$ 、 $Y$ 軸方向の傾斜率、 $c$ は座標原点( $X=Y=0$ )におけるオフセット量である。 $a$ 、 $b$ 、 $c$ は未知パラメータである。結果として、ジオイド高の観測方程式は次式で表せる。

$$v = X \cdot a + Y \cdot b + c - (N^j - N^0)$$

ここに、 $N^j$ はJGEOID93で与えられるジオイド高(観測値として扱われる)、 $N^0$ はジオイド高の概算値である。

傾斜誤差などに関する未知パラメータ $a$ 、 $b$ 、 $c$ を含んだGPS観測値の観測方程式は次式で表せる。

$$v = -R_i^T x_i + R_j^T x_j + [\xi_j - \xi_i][\eta_j - \eta_i]y - (\Delta X_{ij} - \Delta X^0_{ij})$$

$$\text{ここに、 } R = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{pmatrix}$$

$\xi = [\cos \phi \cos \lambda, \cos \phi \sin \lambda, \sin \phi]^T$ 、 $\eta = [X, Y, 1]$ 、 $y = [a, b, c]^T$ 、 $\phi \cdot \lambda$ は観測点の緯度・経度、 $\Delta X_{ij}$ は*i*点と*j*点間のGPS観測から得られた基線ベクトル観測値、 $\Delta X^0_{ij}$ は基線ベクトルの概算値である。同様にして、未知パラメータ $a$ 、 $b$ 、 $c$ を含んだ距離及び角その他の観測値の観測方程式もつくりことができる。

以上の方法により、JGEOID93を観測値として扱ったときのGPS観測値から推定した標高は、平均的に2～3cmの確度で求められことが分かった。

第3章：GPS測量時代の精度管理手法を紹介してある。それは、 $\chi^2$ 検定を含む残差の標準化による個々の観測値を検索する手法である。統合処理における精度管理にはこうした手法が欠かせない。

## はじめに

国土地理院がGPS測量に関する「規程」を公表後、測地測量へのGPSの利用が増えてきた。必然的に、GPSとトータルステーション（以下TS）の共同使用の要請が強くなってきている。

GPSとTSの観測値の結合において、(1) ジオイド高及び鉛直線偏差の取り扱い(2) 各観測値の重み、の2点が問題になる。このうち、(2) のジオイド高及び鉛直線偏差の取り扱いについては、中根・黒石(1995)により議論が深められ、ほぼ解決をみた。

現在の日本の測量では、GPS観測値の基線解析時に算出される分散・共分散（以下共分散）の逆行列をGPS観測値の重みとしている。GPSの急速な測地測量への応用の歴史的経過からこうした処理がなされてきたが、最新の公共測量作業規程などでは見直しがなされている。

今回GPS測量と従来測量の観測値の統合処理の重みの値について検討を加えた。この検討にあたっては、基準点測量体系を変えないことを前提としてその値を推定した。推定された重みを実際の観測例に適用して検定を行った。その結果、推定された重みは概ね問題のないことを確かめた。ただし、GPSと従来測量の統合処理に関するデータは少なく、十分検定されたとは言えない。今後は、統合処理に必要な測地網のテストフィールドでの観測が必要である。

平面傾斜誤差を修正したJGEOID93 (Kuroishi, 1995) のジオイド高を用いて、確度のよい標高がGPS観測により得られることが確かめられている(中根・黒石 1995)。このJGEOID93から得られるジオイド高を観測値として扱い、傾斜修正量などを未知パラメータとして扱う観測方程式をつくり、ジオイド高とGPS観測値などを同時に処理した。大分地区(105点)、房総地区(49点)、草加地区(19点)の3例について処理した結果、得られた標高の平均的な確度は2 cm程度と良好であった。

我が国の最終段階のデータ処理結果の精度管理は、明治時代の三角測量時代の延長で行われている。GPS測量時代の精度管理法の参考として、国際的に使われている精度管理の手法を計算例をつけて紹介する。

## 第1章 GPSと従来観測値の統合処理に用いる分散・重み

本章では、重みの定義について考察を深め、GPS及び従来測量のそれぞれの分散・重みを推定する。最後に推定された重みの検定を行う。

### 1-1 分散・重み

我が国の測地測量データ処理の独特な発展の経過のため、観測値の重みに関する混乱が一部でみられる。本節

では観測値の重みの定義及びその歴史的経緯並びに重みに用いる分散の決定などを考察する。

#### 1-1-1 観測値の標準化と重み

初歩的な確率・統計の教科書に示されているように、確率変数 $X$ の平均値 $\mu$ 、その標準偏差を $\sigma$ としたとき、変数変換された次式の $Z$ が $X$ の標準化(standardization)された変数である。

$$Z = (X - \mu) / \sigma \quad (1-1-1)$$

確率変数である観測値 $L$ があり、その観測値ベクトル $L$ 、未知数ベクトル $x$ 、計画行列 $A$ とした場合、観測方程式は次式で示される。ただし、 $v$ は残差ベクトルである。

$$v = Ax - L \quad (1-1-2)$$

観測値の共分散行列を $\Sigma$ とし、重み行列 $P$ (正定値行列)を次式とすれば、

$$P = \Sigma^{-1} \quad (1-1-3)$$

両辺に左から $P^{1/2}$ を掛けた次式が(1-1-1)と同様、標準化された観測方程式となる。

$$P^{1/2}v = P^{1/2}Ax - P^{1/2}L \equiv \tilde{v} \quad (1-1-4)$$

このように、観測値を標準化することにより、観測方程式を同精度化(homogenization)する。この同精度化された観測方程式に対し残差の平方を最小にする最小2乗法の原理から、次式が導かれる。ただし、「 $\top$ 」は転置行列を表す。

$$\tilde{v}^{\top}\tilde{v} = v^{\top}Pv = \text{minimum} \quad (1-1-5)$$

よく知られている重み付き残差の平方が導かれたのである。

観測値の重みとして観測値の共分散行列の逆行列を用いることにより、観測値が同精度化されることが分かった。観測値と未知数が(1-1-2)式で関係づけられるとき、観測値が距離・角・重力・気温など多様であっても、各観測値の分散を用いれば、観測方程式は同精度化されるのである。

重みは(1-1-3)式により示されたが、任意の値であるスケールファクター $\sigma_0^2$ を用いて次式で表してもよい。

$$P = \sigma_0^2 \Sigma^{-1} \quad (1-1-6)$$

$\sigma_0^2$ は任意の値であるから、測地網の観測値全体の先験的基準分散(a priori reference variance)としてもよいことになる。

この $\sigma_0^2$ を用いて、角及び距離などのスカラー量でかつ単観測値の場合の重みは、観測値の分散を $\sigma^2$ として、次式で表される。

$$P = \sigma_0^2 / \sigma^2 \quad (1-1-7)$$

GPSのように観測値がベクトル量の場合、次式で表される。

$$P = \sigma_0^2 \Sigma^{-1} \quad (1-1-8)$$

ここに、 $\Sigma$ は観測値の共分散行列であって、GPSによる1基線ベクトル観測値の場合次式で表せる。

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \text{対称} & & \sigma_z^2 \end{pmatrix} \quad (1-1-9)$$

$\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$ は、基線ベクトルの観測値 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ の分散で正值である。 $\sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$ は、それぞれ $\Delta X$ と $\Delta Y, \Delta X$ と $\Delta Z$ 及び $\Delta Y$ と $\Delta Z$ の共分散で、各相関係数を $\rho_{xy}, \rho_{xz}, \rho_{yz}$  ( $1 \geq \rho \geq -1$ )とした場合次式で関係づけられる。

$$\begin{aligned} \rho_{xy} &= \sigma_{xy} / (\sigma_x \sigma_y) \\ \rho_{xz} &= \sigma_{xz} / (\sigma_x \sigma_z) \\ \rho_{yz} &= \sigma_{yz} / (\sigma_y \sigma_z) \end{aligned} \quad (1-1-10)$$

**1-1-2 異種観測値の重みの決定の歴史的経緯**

三角測量から三辺測量の移行に伴い、水平角と距離のような異種観測値の統合処理が行われるようになった。この当時としては三角測量の影響が強く、異種観測値の重みとしては三角測量に整合するような「無次元」化した重みがいれた。最近、GPS観測値の処理にあたっては(1-1-3)式に示す分散の逆行列を重みとして用いるようになっている。こうした異種観測値の統合処理に関する議論は、国内では谷浦(1977)により行われ現在にいたっている。

**(1) 日本における観測値の重みの定義の経緯**

三角測量時代は、多角測量を除いて異種の観測値の統合処理は行われなかった。多角測量の場合、角と距離の観測値で構成されるが、それらの観測値を座標差に変換し、座標差を観測値のようにして扱った。そのために、角及び距離の観測値の重みを別々に扱うことはなかった。

角(又は方向)の観測値の重みは、(1-1-7)式において、角の観測値の分散 $\sigma_i^2$ を先験的基準分散 $\sigma_0^2$ と等しくした。 $P=1$ になるように $\sigma_0^2 = \sigma_i^2$ と無次元化したのである。 $P=1$ ならば重みに関する掛け算及び割り算の手間が省けるので、電子計算機導入以前は極めて有効な重みの処理方法であった。加えて、 $P=1$ として処理した結果の標準偏差は直ちに精度管理の目安として使える利点もあった。観測方程式の次元は、角の観測が主体であったので、角度「秒」であった。

1970年代に入りEDMによる距離の観測が主体になってきたが、三角測量時代の名残から距離観測の場合であっても、観測方程式の両辺に $(\rho''/S)$ を掛け、「秒」単位で表すようにしてきた。ただし、 $\rho'' = 180 \times 60 \times 60'' / \pi = 206265''$ 、 $S$ は観測距離である。観測方程式を「秒」単位にしたため、距離の分散 $\sigma_s^2$ にも測定値の分散に $(\rho''/S)^2$ を掛けたものを用いた。先験的基準分散 $\sigma_0^2$ としては角の観測値の場合と同様 $\sigma_i^2$ を用いた。従って、距離観測値の重みは次式となる。

$$P_s = \sigma_i^2 / \{(a^2 + b^2 S^2)(\rho''/S)^2\} \quad (1-1-11)$$

ただし、 $a^2$ は距離 $S$ の大小に無関係な分散、 $b^2 S^2$ は距離

$S$ に關係する分散である。この式により1次基準点測量の場合の距離観測値の重み $P_s$ を計算すると $P_s = 4$ 程度になる。

**(2) 国際的な重みの定義の経緯**

1950年代に入りEDMによる距離観測が実用化するなかで、角と距離の観測値を用いた複雑な測地網が構成されるようになり、各観測値の重みの決定が必要になってきた。こうした異種の観測値の重みの取り扱いについては、国際的にも議論があったようである。これまでの調べでは、英国の測量雑誌「Empire Survey Review」にその議論の跡が見受けられる。それらの議論によれば、「重みが分散に逆比例する」とした最初の提案は、Lilly(1961)であった。その後、若干の議論がなされているが、現在では国際的に、重みは(1-1-3)又は(1-1-8)式で定着している。

**1-1-3 重みに用いる分散**

分散には、標本分散と先験的分散(分散が既知)がある。個々の観測値の集団の分散が標本分散と言われるものである。この標本分散は、観測値にバイアスがある場合そのバイアスが分散値の勘定に入れられていないため、一般的に小さな値を示す。また、標本分散は実際の観測結果を用いるため、観測条件により大きく異なる値を示すことがある。標本分散にはこうした欠点があるため、重みのために用いることはなかった。

それに対して、事前解析などによって観測値の分散が先験的に決められている場合がある。統計学の言葉で「母集団の分散が既知」と言われている場合である。例えば、1次基準点測量におけるEDMによる距離観測値の分散は、観測データの解析などにより $(0.005\text{m})^2 + (2\text{ppm} \times S)^2$ と定められている。ただし、 $S$ は観測距離である。重みに用いる分散としては、このような既知分散を用いるのが適切である。

**1-2 GPS観測値の分散・重み**

現在、「基準点測量作業規程」「高度基準点測量作業規程(案)」「GPSを用いる公共測量作業マニュアル(案)」等は、GPS観測値の基線解析時に得られる共分散の逆行列を観測値の重みとして扱うように定めている。これは歴史的経緯から採用されたものであるが、同一測地網内の観測値で、共分散の値が1桁以上程度異なると改正値が見かけの上で大きな分散をもつ観測値に集中してしまう可能性がある。

また、GPSの基線解析から得られた(1-1-3)式における対角要素の $\sigma_x^2$ などは、 $10^{-6}$ より小さい傾向にある。このことは基線ベクトルの観測値の標準偏差が1mmより小さいことを示すものであり、後述する $\chi^2$ 検定など統計量の検定が不可能になる。

こうした問題を軽減すこめに、公共測量作業規程で

は、既知分散を重みとして用いることもできるよう若干の見直しが行われた。

GPS観測値の分散としては、EDM観測値の分散と同様、距離の大小に無関係な部分と距離に関する部分の和として扱っている例が多く見られるが、国際的にみても決定版が示されていないようである。今後の研究課題であろう。

1-2-1 GPS観測値の分散の推定

国土地理院により1992-1993年間に実施された1次基準点測量及び首都圏高密度測量でのGPS観測値のセッション間較差から、GPS観測値の分散を推定する。標本数は339個である。

その較差を、距離との関係でWGS84の3次元直交座標系X, Y, Zの各成分について調べた(第1-2-1図)。これらのデータから、各成分ごとの回帰直線を最小2乗法により算出した。誤差σの構造モデルはEDMと同様で、アンテナの致心誤差及び受信機のノイズなど距離に無関係な系統誤差a, 並びに大気層における電波伝搬の

ような距離Sに関する誤差bに分けてある。その結果を次式に示す。

$$\begin{aligned} \sigma & \quad a \text{ (m)} \quad b \text{ (ppm) m} \\ \sigma_{0x} &= 0.008(\pm 0.001) + 0.05(\pm 0.04) \cdot S \\ \sigma_{0y} &= 0.004(\pm 0.001) + 0.27(\pm 0.04) \cdot S \\ \sigma_{0z} &= 0.006(\pm 0.001) + 0.16(\pm 0.04) \cdot S \end{aligned}$$

各成分間では若干異なった結果となっているが、大きく異なっているわけでないので、次式に示す平均的な値をもってGPS観測値の標準偏差のモデル式にする。

$$\sigma = 0.006 \text{ (m)} + 0.2 \text{ (ppm)} \cdot S \text{ (m)} \quad (1-2-1)$$

従って、(1-1-9)式で示されたGPS観測値の共分散行列の各要素の値は、

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 &= \{0.006^2 + (0.2 \cdot S)^2\} \\ \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} &= 0 \end{aligned}$$

となる。本来は観測値の各成分間には相関が存在するのであるが、ここではそれらを無視して各成分の観測値は独立であるとして処理することにする。

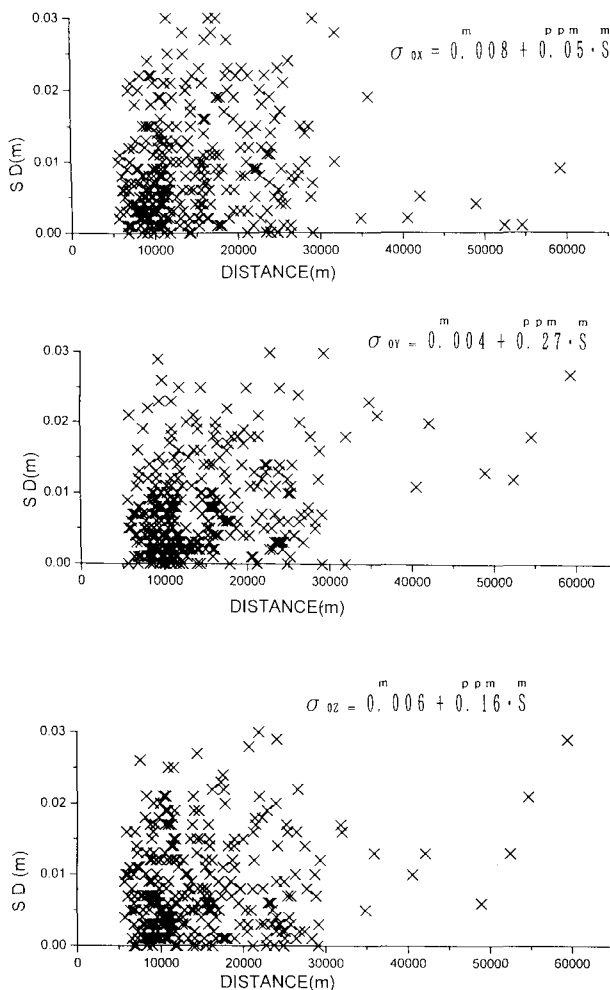
1-2-2 GPS観測値の重みに関するχ<sup>2</sup>検定

ここで行うχ<sup>2</sup>検定は、網平均計算の結果から得られた後驗的基準分散σ<sup>2</sup>が先驗的基準分散σ<sup>2</sup>に等しいという仮説

$$H_0 : \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 \quad (1-2-2)$$

を調べることである。検定によりこの仮説が棄却される場合、その要因として(1)確定論的モデルが適切でない場合(2)確率論的モデルが適切でない場合(3)観測値に異常値が含まれている場合、の三つが考えられる。この節でのχ<sup>2</sup>検定の目的は、GPS観測値の重みを調べることであり、(2)確率論的モデルの検定にあたる。そこで、GPS観測データについて、内部整合性の最もよい1点固定法の処理により、(1)の確定論的モデルに問題がなく、かつ(3)の異常値が取り除かれた場合における網平均結果から得られる後驗的基準分散を用い、(1-2-2)式の仮説検定を行う。

幾つかの実際の観測例から、(1-2-2)式が成り立つσ<sup>2</sup>=σ<sup>2</sup>となる最適な先驗的基準分散σ<sup>2</sup>を求め、第1-2-1表の結果を得た。これらの結果は、(1-2-1)式のモデルが概ね間違いないことを示している。なお、これら測地網の各測点間距離は数km以下なので(1-2-1)式における距離に比例する誤差である第2項を無視し、距離の大小に無関係な第1項のみを重みの要素とした。



第1-2-1図 GPS観測のセッション間較差から求めた各成分の観測距離と格差の関係

第1-2-1表 GPS観測値の重みに用いる最適分散

地 区	点 数	最適分散
大分 (1級基準点測量)	105	(0.007) <sup>2</sup>
房総 (2次基準点測量)	49	(0.006) <sup>2</sup>
草加 (2次基準点測量)	19	(0.0028) <sup>2</sup>
上野原 (1級基準点測量)	6	(0.0027) <sup>2</sup>

1-2-3 その他の方法によるGPS観測値の分散の推定

GPS観測値の分散のモデルとしてはいろいろな提案がある。その一つに、次式に示すような分散の式がある(Ananga他, 1994)。ここで、k及びaは定数であって、距離に関する誤差を小さくするようにしてある。実用的にはこれ程複雑なモデルを用いる必要はないと思う。

$$\sigma^2 = \{a^2 + k^2(1 - e^{-as}) + b^2S^2\} \quad (1-2-3)$$

Trimble社の「Geodetic Surveyor SSi」の技術仕様による精度は次のように示されている。

- 水平  $\sigma_x = 0.005m + 1 \text{ ppm} (\times \text{基線長})$
- 垂直  $\sigma_H = 0.010m + 1 \text{ ppm} (\times \text{基線長})$
- 方位角  $\sigma_A = 1 \text{ 秒} + 5 / \text{基線長 (km)} \quad (1-2-4)$

このような数値表現は、基線ベクトルを距離、方位角、高度角に分解して処理する場合に便利である。

Leick (1989) は、その教科書の計算例として  $a = 0.005m$ ,  $b = 5 \text{ ppm}$  を用いているが、その根拠については説明されていない。

$$\sigma = 0.005m + 5 \text{ ppm} (\times \text{基線長}) \quad (1-2-5)$$

1-3 従来観測値の分散・重み

我が国においてこれまで実績のある異種観測値の統合処理は、水平角(又は方向)と距離の場合であり、これらの観測値の分散は観測結果などを基にして定められている。一方、統合処理の実績のない水準測量及び高度角観測値の分散は定められていない。そこで、既に定められている分散についてはほとんどそのまま用い、その逆数を観測値の重みとする。水準測量及び高度角観測値の分散については、若干の考察を加えて推定したい。

1-3-1 水平角観測値の分散

角観測値の誤差源は、機器の性能である望遠鏡の倍率及び読定目盛りの分解能並びに気象条件などによる擾乱である。このような場合、現実的な分散は実際の観測データに基づいて推定するのが最も確実である。

高度基準点測量作業規程、2次基準点測量作業規程、基準点測量作業規程及び建設省公共測量作業規程等において、水平角観測値の1方向当たりの標準偏差が定められている。第1-3-1表に、それらの数値を示す。水平角観測値の標準偏差としては、既に承認され、かつ長期間使用されているこれらの数値を用いるのが確かである。なお、これらの数値の一部の導出の根拠は、日本測量協会(1980年)に示されている。

なお、参考までに、実際の観測値に基づく網平均結果から得られた1方向当たりの標準偏差を第1-3-2表に示す。

第1-3-3表は、実際の観測値から得られた三角形の内角の和の閉合差から求めた水平角観測値の1方向当たりの標準偏差である。

第1-3-1表 国土地理院基準点測量作業規程などで採用されている水平角観測値の1方向当たりの標準偏差

観測の等級区分	標準偏差
精密測地網中距離網 (T3 / 9 対回)	0.8
精密測地網標準網 (T3 / 6 対回)	1.0
2次基準点測量 (T2 / 3 対回)	1.4
1級基準点測量 (4等三角測量) (T2 / 2 対回)	1.8
2級基準点測量 (T2 / 2 対回)	3.5
3級基準点測量 (2級機器 / 2 対回)	4.5

第1-3-2表 網平均計算による水平角観測値の1方向当たりの標準偏差

等級区分	標準偏差	備考
1等三角測量(明治)全国平均	0.35	1点1方向1基線固定
1等三角測量(昭和)全国平均	0.49	1点1方向1基線固定
2等三角測量全国平均	1.21	1等点300点固定

第1-3-3表 三角形の閉合差から求めた水平角観測値の1方向当たりの標準偏差(高島重雄(1974)による。1等三角は中根勝見(1973)による。)

1等三角(明治)	1等三角(昭和)	1等補点	2等三角	3等三角	4等三角
0.48	0.62	0.7	0.8	1.6	2.2

1-3-2 高度角観測値の分散

高度角の主たる誤差は、光の屈折に起因する。高度角観測値の精度に関する資料は極めて少ないが、福井震災、鳥取震災及び南海震災復旧測量における三等三角測量の資料がある(日本測量協会, 1980)。それによれば、比高の較差から求めた1方向当たりの標準偏差は、3秒である。

この結果に従い、観測時間帯を10時~15時とし、1方向につき望遠鏡正反観測を行った場合の片方向の分散は、次式で表わされる。

$$\sigma^2 = (3.0)'^2 \quad (1-3-1)$$

1-3-3 EDMによる距離観測値の分散

EDMによる距離の観測値の分散  $\sigma^2$  は、器械の構造から距離に関係しない系統的分散  $a^2$  と距離Sに関する分散  $b^2S^2$  の和として次式で与えられている。

$$\sigma^2 = a^2 + b^2S^2 \quad (1-3-2)$$

それぞれ定数a及びbは、国土地理院の高度基準点測量作業規程、2次基準点測量作業規程、基準点測量作業規程及び建設省公共測量作業規程等で承認されている数値を用いるのが確かである。各観測区分ごとのEDMによる距離観測値の標準偏差を、第1-3-4表に示してある。これら標準偏差の数値の一部の導出根拠は、水平角と同様、日本測量協会(1980年)に示されている。また、吉

第1-3-4表 基準点測量作業規程等に採用されているEDMによる距離観測値の分散の係数

観測の等級区分	a (m)	b (ppm)
精密測地網中距離網	0.005	2
精密測地網標準網	0.005	2
2次基準点測量	0.005	2
1級基準点測量 (4等三角測量)	0.010	5
2級基準点測量	0.010	5
3級基準点測量	0.010	5

田光雄 (1972, 1974) による研究結果がこうした数値の裏付けの一部とされている。

1-3-4 直接水準測量の観測値の分散

直接水準測量の観測誤差は、通常観測距離 (Skm) の平方根に比例するとされている。観測距離 1 km 当たりの観測値の分散を  $\sigma_{H0}^2$  とすれば、直接水準測量観測値の分散は次式で表せる。

$$\sigma_H^2 = \sigma_{H0}^2 S \quad (1-3-3)$$

従って、その重みは  $P_H = \sigma_0^2 / (\sigma_{H0}^2 \cdot S)$  であらわされるが、水準測量の観測値だけで処理する場合、先験的基準分散を  $\sigma_0^2 = \sigma_{H0}^2$  とし扱い  $P_H = 1/S$  とする。有名な「直接水準測量の観測値の重みは観測距離の逆数である」というのは、直接水準測量の特別な場合の重みを意味している。

この基準分散  $\sigma_{H0}^2$  の決定には、実際の観測値から求めた値を用いるのがよい。それには、環の閉合差及び往復差から求める二通りの方法がある。

第1-3-5表は、1等水準測量の環の閉合差から求めた路線長 1 km 当たりの観測値の標準偏差 ( $\sigma_{H0}$ ) を示している。

第1-3-6表は、往復差から求めた路線長 1 km 当たりの直接水準測量観測値の標準偏差 ( $\sigma_{H0}$ ) である。環の閉合差から求めた標準偏差が 1.5 mm/km 程度であるのに対して、往復差から求めたものは 0.5 mm/km 程度である。標準偏差で 3 倍程度の差であるから分散の値では 1 桁の違いとなる。環の閉合差の場合、単なる観測誤差の他に重力場の影響、観測期間が長くなるために生じる地盤や地殻の経年変動など多くの誤差を拾う。

これらの結果から判断すれば、直接水準測量の基準分散  $\sigma_{H0}^2$  は固定したものでなく、観測距離の関数として表されるのではなかろうか。

ところで、1等水準測量の誤差の解析結果についてのデータは多くあるが、2等以下の水準測量の誤差の解析結果については、ほとんど見当たらない。そこで、国土地理院の基準点測量作業規程などに示された、各種直接水準測量の閉合差の許容制限値を調べる。第1-3-7表にそれを示す。この閉合差の許容制限値を危険率 5% で表したとすれば、許容制限値を標準正規変数値 1.964 で割っ

第1-3-5表 1等水準測量の環の閉合差から求めた 1 km 当たりの標準偏差 (佐々木・愛場, 1990年による)

繰り返し観測階数	観測年度	環の個数	平均環長	平均閉合差	標準偏差 ( $\sigma_{H0}$ )
			km	mm	mm
第1回	1883-1913	74	363	49.0	2.57
第2回	1924-1943	44	390	32.6	1.65
第3回	1947-1961	51	410	43.7	2.16
第4回	1942-1943	65	359	40.6	2.14
第5回	1968-1975	50	386	30.1	1.53
第6回	1975-1981	56	363	22.0	1.15
第7回	1981	60	369	25.5	1.33

第1-3-6表 往復差から求めた 1 km 当たりの標準偏差 ( $\sigma_{H0}$ )

観測年度	観測距離	標準偏差 $\sigma_{H0}$	観測年度	観測距離	標準偏差 $\sigma_{H0}$
	km	mm		km	mm
1971	3995	0.636	1979	6490	0.514
1972	2522	0.600	1980	6007	0.525
1973	3691	0.605	1981	10363	0.489
1974	2969	0.619	1982	8656	0.521
1975	2913	0.591	1983	6127	0.518
1976	2828	0.549	1984	5361	0.505
1977	4006	0.576	1985	5308	0.529
1978	8423	0.496	1986	5027	0.517

第1-3-7表 直接水準測量の閉合差の許容制限及び推定分散

水準測量の等級区分	閉合差の許容制限		分散	
	mm	km	mm	km
1等(級)水準測量	$2.5\sqrt{S}$		$(1.3)^2 S$	
2等(級)水準測量	$5.0\sqrt{S}$		$(2.5)^2 S$	
3級水準測量	$10.0\sqrt{S}$		$(5.0)^2 S$	
4級水準測量	$20.0\sqrt{S}$		$(10.0)^2 S$	

たものが標準偏差に相当する。その時の分散を第1-3-7表の右の欄に示してある。他に有力な分散の情報がないので、この第1-3-7表に示した値を直接水準測量の分散として採用することにする。

1-3-5 ジオイド高の分散

JGEOID93によるジオイド高を観測値として扱い、GPS観測値及び地上観測値と結合させ統合処理をする場合、そのジオイド高の分散を決定しなければならない。

JGEOID93の  $n=1800$  (波長20km) の自己共分散は、 $(2 \sim 3 \text{ cm})^2$  である(中根・黒石 1995)。とりあえず、この値を一つの目安としてJGEOID93によるジオイド高の分散とする。

1-3-6 各観測値の分散

以上の結果を第1-3-8表にまとめる。この表の最右欄

第1-3-8表 観測値の分散 (Sは観測距離である)

観測値の種類・等級区分	分散	備考	S = 1 kmにおける重みの比率
GPS (干渉測位観測)	$m \quad ppm \quad m$ $(0.006)^2 + (0.2 \times S)^2$		1.0
水平角	"		
精密測地網中距離網	$(0.8)^2$	T 3 / 9 対回	2.4
精密測地網標準網	$(1.0)^2$	T 3 / 6 対回	1.5
2次基準点測量	$(1.4)^2$	T 2 / 3 対回	0.8
1級基準点 (4等三角) 測量	$(1.8)^2$	T 2 / 2 対回	0.5
2級基準点測量	$(3.5)^2$	T 2 / 2 対回	0.1
3級基準点測量	$(4.5)^2$	2級機器 / 2 対回	
高度角	" $(3.0)^2$	観測時間帯10~15時。 望遠鏡正反片方向観測の場合	0.2
EDM距離観測	$(a^2 + b^2 S^2)$ a(m) b(ppm)	Sの単位m	
精密測地網中距離網	0.005 2		1.2
精密測地網標準網	0.005 2		1.2
2次基準点測量	0.005 2		1.2
1級基準点測量 (4等三角)	0.010 5		0.3
2級基準点測量	0.010 5		0.3
3級基準点測量	0.010 5		0.3
直接水準測量	m km		
1等(級)水準測量	$(0.0013)^2 S$		21
2等(級)水準測量	$(0.0025)^2 S$		6
3級水準測量	$(0.0050)^2 S$		1.4
4級水準測量	$(0.0100)^2 S$		0.4
ジオイド高	m $(0.03)^2$		

には、GPS観測値の重みを  $P = 1$  としたときの他の観測値の重みの比を記載してある。標高に関する観測値である高度角と直接水準測量の重みは大きく異なる。統合処理を本格的に行うには、バランスのよい重みを設定するよう観測方法を見直さなければならないであろう。

### 1-4 重みの検定

第1-3-8表に各観測値の分散を集約したが、実際の観測値に基づいてこれらの分散の適合具合を検定する。観測値間の内部整合性については、 $\chi^2$ 検定を用いる。

$\chi^2$ 検定が棄却される原因は、先述したように(1)確定論的モデルの問題、(2)確率論的モデルの問題、(3)観測値に異常値が含まれている場合、である。この三つの原因のうち、(1)及び(3)について問題のないことを確かめれば、 $\chi^2$ 検定の棄却原因は、確率論的モデル(観測値の重み)の問題に帰着する。

観測値間の内部整合性が良好であっても、処理結果の未知数の推定値が真値に近くなければならない。未知数の推定値の誤差(真値からのずれ)を  $\epsilon$  で表し、重みを

変化させ、誤差の平方の総和が最小になるとき「最良の外部整合性」であるとする。この外部整合性の検定も必要である。 $\epsilon$  を誤差ベクトルとして外部整合性は次式で表せる。

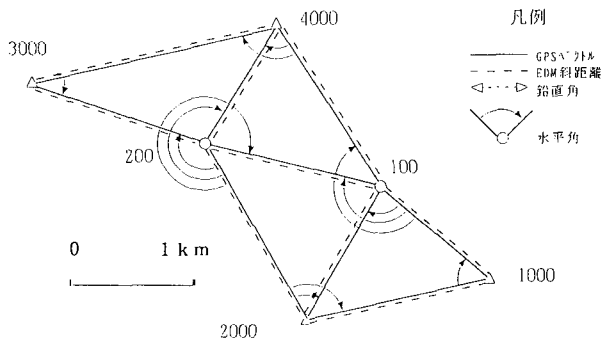
$$\epsilon^T \epsilon = \text{minimum} \quad (1-4-1)$$

#### 1-4-1 上野原地区の事例

第1-4-1図に示す上野原地区基準点測量(沖西邦夫, 1994)の結果に対して、GPS観測値とともに従来測量の観測値を次の第3章で述べる方法により統合処理した。各観測値の重みを変えて、内部整合性を調べた結果を第1-4-1表に示してある。

事例1は、第1-3-8表に示した分散を用いて観測値の重みを与え、統合処理した結果である。各観測値の重みに対する後驗的分散をその右欄に示してある。

次に、若干各観測値の重みを修正して、同様に検定した(事例2)。先驗的基準分散を  $\sigma_0^2 = 1$  として設定しているため、後驗的分散が1に近い程、先驗的分散の設



第1-4-1図 上野原地区基準点測量網図 (沖西邦夫株式会社オオバ, 1994年)

第1-4-1表 重みに用いる観測値の分散の検定結果

観測値	事例1		事例2	
	先験的分散	後験的分散	先験的分散	後験的分散
GPS	m (0.004) <sup>2</sup>	(0.7) <sup>2</sup>	m (0.003) <sup>2</sup>	(0.9) <sup>2</sup>
距離	m (0.01) <sup>2</sup>	(0.1) <sup>2</sup>	m (0.005) <sup>2</sup>	(0.2) <sup>2</sup>
	+ (5×S) <sup>2</sup>		+ (5×S) <sup>2</sup>	
水平角	" (1.8) <sup>2</sup>	(0.3) <sup>2</sup>	" (1.0) <sup>2</sup>	(0.5) <sup>2</sup>
鉛直角	" (3.0) <sup>2</sup>	(1.6) <sup>2</sup>	" (4.0) <sup>2</sup>	(1.2) <sup>2</sup>
ジオイド高	m (0.03) <sup>2</sup>	(3.8) <sup>2</sup>	m (0.05) <sup>2</sup>	(2.3) <sup>2</sup>
網全体	χ <sup>2</sup> 棄却	(1.3) <sup>2</sup>	χ <sup>2</sup> 採択	(1.0) <sup>2</sup>

定がよいことを示している。

GPS観測値では、(0.004)<sup>2</sup>m<sup>2</sup>から(0.003)<sup>2</sup>m<sup>2</sup>と換えた場合、事例2の方が若干よい適合を示している。距離観測値では、事例1及び事例2の場合、いずれも後験的分散は(0.1)<sup>2</sup>及び(0.2)<sup>2</sup>と小さい。これは、先験的分散の設定が不適であったというより、距離観測値において偶然に較差が小さかったためと考えられる。水平角観測値の場合も較差が小さいようである。鉛直角観測値の場合、事例2の方が若干よい適合度である。ジオイド高では、事例2の(0.05)<sup>2</sup>m<sup>2</sup>場合の方がよい。この地域は山岳地であるために、ジオイド高の精度が悪いかもしれない。全体としての重みの設定では、事例2の方が事例1の場合より適合度がよいと言える。

1-4-2 房総地区の事例

房総地区のGPS及び水準測量の測地網は、直接水準測量により全点の標高が正確に決定されている(第2-2-1図参照)。

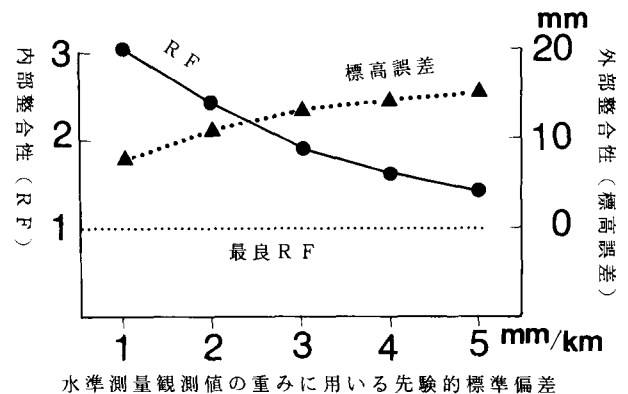
GPSの先験的基準分散を(0.006m)<sup>2</sup>に設定したとき、

GPS観測値の1点固定法で処理した後験的基準分散が1となる。すなわち、このGPS観測値の場合、最適な先験的基準分散は(0.006m)<sup>2</sup>である。同様に、水準測量網だけを単独に処理して直接水準測量の観測値の最適分散(0.0006m)<sup>2</sup>を得た。GPS観測値に用いる分散として(0.006m)<sup>2</sup>を使い、ジオイド高の分散として(0.030m)<sup>2</sup>を用い、水準測量の観測値の重みを変えて外部整合性及び内部整合性を調べた。その結果を第1-4-2表に示してある。

第1-4-2表 統合処理の内部整合・外部整合

水準測量先験的標準偏差(m)	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005
内部整合					
網全体のRF	3.0	2.4	1.9	1.6	1.4
GPS観測値のRF	3.2	2.1	1.6	1.3	1.2
外部整合					
水準測量観測値のRF	3.1	3.3	2.8	2.4	2.0
ジオイド高のRF	1.1	1.0	1.0	0.9	0.9
外部整合(m) = 標高の誤差	0.008	0.011	0.013	0.014	0.015

後験的基準分散の平方根をレファレンスファクター(RF)と名付ける。このRFが1の時が最も内部整合性がよいことを示している。外部整合性は(1-4-1)式に基づき(ε<sup>T</sup>ε/n)<sup>1/2</sup>で計算した数値である。ただし、nは未知点の数、直接水準測量により決められた標高を真値としGPS観測値により推定した標高との差をεとしてある。



第1-4-2図 水準測量の観測値の重みと内部整合性及び外部整合性の関係

第1-4-2図は外部整合性と内部整合性の関係を示したものである。水準測量の観測値の分散を小さく(重みを大きく)すれば外部整合性は良くなるが、網全体の内部整合性は悪くなるのが読みとれる。このように、直接水準測量の先験的基準分散を小さくすると、外部整合性はよくなって内部整合性が悪くなるのは、GPSの高さの観測値及びジオイド高が直接水準測量の精度に及ばないためである。



1-4-3 測地網の最適化

Grafarend and Sanso (1985) により測地網の最適化が詳しく論じられている。それは、(1) 固定点の選定 (Zero Order Design), (2) 網の形状 (First Order Design), (3) 観測値の重み (Second Order Design), (4) 追加観測 (Third Order Design) との関係で網の最適化を調べることである。

そのうち (3) 観測値の重みの最適化は、次のような方法である。まず、未知数の重み係数行列が次式を満足するような重みPを決定する。ただし、Iは単位行列である。

$$Q_x = I, \quad A^T P A = Q_x^{-1} = I \quad (1-4-2)$$

これは、誤差楕円体が半径1の球になるように重みPを選んだことにほかならない。観測値にこのような重みPに近い重みを与えることにより、最適の網平均結果が得られることになる。

しかし、(1-4-2) 式を解いて重みPを決定する計算量は極めて膨大で、例えば、100点程度の小さな測地網でも数百MBの容量を必要とし、次に述べるMINQUEと同様実用的な手法とは思えない。そこで、未知数の推定値と真値との適合度を計る基準として「外部整合性」という概念を取り入れたのである。

また、重みに用いる分散の推定には「MINIMUM NORM QUADRATIC UNBIASED ESTIMATION (MINQUE)」(eg Chen et al., 1990) という手法があるが、この手法も膨大な計算が必要であり、GPS単独の実用的な分散の推定には本章第2節で示した古典的手法で十分であろう。しかし、異種観測値間の重みの相関を求めるにはMINQUEは有効な手段と思える。

1-5 第1章のまとめ

第1-3-8表に示した各観測値に用いる先験的基準分散の数値は概ねよさそうである。しかし、検証に用いた実際のデータが、上野原の場合だけであり、十分な調査とは言えない。今後、いくつかのテストフィールドを設け、重みの検証を行う必要がある。

単種の観測値の処理の場合、重みを固定的に扱ってもほとんど問題を感じなかった。そうしたこともあって、基準点測量作業規程に限らず重みには先験的基準分散を与え、固定して扱うように定められている。これに対して、異種の観測値の統合処理の場合、処理中に重みを変化させて反復改良する必要がある。改良の基準としては内部整合性を用いるのも一つの案であろう。この問題は、今後の研究課題である。

また、実測量においては、GPSとTSの共同使用の必要性が、ますます強くなることは間違いない。将来は、1級・2級などの等級別区分の枠組みも見直す必要性にも直面するであろう。最も効果的な測地測量のシステムの実現のためにも、より正しい重みの処理手法の確立が、早急に必要とされる。本章の議論が、そうした目的のため

めに役立つ幸いである。

第2章 GPSと地上観測値の統合処理に関する観測方程式及び計算例

本章では、統合処理の数学モデル及び観測方程式を考察する。その結果に基づいて数値計算を示す。

2-1 統合処理の数学モデルと観測方程式

GPSと地上観測値との統合処理には幾つかの方法がある。本節では、それらの数学モデルについて基礎から考察を行う。

2-1-1 混合モデル

観測値Lと未知パラメータXが非線形の場合の数学モデルは次式で表せる。

$$F(L, X) = 0 \quad (2-1-1)$$

通常Xは確定論の変数として扱われているが、観測値Lと同様に確率変数として扱われることもある。

測地網において与点を固定して処理する場合、この処理は与点の座標値の重みを無限大としたことに等しい。そのような与点に限らず測地網内の座標値に、無限でない適当な重みを与え、Xを観測値として扱うことができる。未知パラメータXが確率変数として扱われる場合である。未知パラメータの確率分布が定義されている場合の処理をベイジアン推定と呼ぶ。

(2-1-1) 式を線形化して次の観測方程式を得る。

$$A_c v + A x + d = 0 \quad (2-1-2)$$

ここに、vは残差ベクトル、 $X = X^0 + x$ 、 $X^0$ はXの概算値ベクトル、 $A_c$ 及びAは係数行列、dは観測値Lを含んだ定数項ベクトルである。

例えば、観測値がx及びyの回帰直線の場合のように、一つの観測方程式のなかに複数の観測値がある場合に用いる。従って、回帰直線

$$y = ax + b$$

における観測方程式は、

$$y + v_y = (a_0 + da)(x + v_x) + b$$

となる。線形化のためにこの式を展開して微少項 $da \cdot v_x = 0$ として整理すると、

$$a_0 v_x - v_y + x da + b + a_0 x - y = 0$$

が導かれる。整理して行列形式で表すと

$$[a_0, -1][v_x, v_y]^T + [x, 1][da, b]^T + [a_0 x - y] = 0$$

を得る。(2-1-2) 式において $A_c = [a_0, -1]$ 、 $v = [v_x, v_y]^T$ 、 $A = [x, 1]$ 、 $x = [da, b]^T$ 、 $d = (a_0 x - y)$ としたものにあたる。

(1)  $A_c = I$ の場合

(2-1-2) 式において、 $A_c = -I$ とした特別な場合に、次式が得られる。

$$v = Ax + d \quad (2-1-3)$$

上述の回帰直線の例においてyだけを観測値とすれば、 $v_x = 0$ であるから $A_c = I$ となる。一つの観測方程式に一つの観測値をもつ場合、測地網の処理における距離、角、その他の観測値の観測方程式に用いられている。

(2-1-3)式において、xが確定論的変数で、かつ観測値Lの確率分布が定義されている場合、ガウス・マルコフモデルという。

## (2) X = 0 の場合

(2-1-1)式において、未知パラメータを使わない $X = 0$ とした特別の場合が次式の条件方程式である。

$$A_c v = -d \quad (2-1-4)$$

### 2-1-2 信号付きモデル

次式に示すような信号S付きモデルによると、発展的な処理が可能になる。

$$L = F(X, S) \quad (2-1-5)$$

信号を $S = S^0 + s$ として線形化し、次式を得る。

$$Ax + Gs + d = 0 \quad (2-1-6)$$

- ① sを確定論的変数として扱う場合、sを地殻変動量などとして扱える。
- ② sを確率論的変数として扱う場合、最小2乗コホーションのモデルとなる。

### 2-1-3 統合測地学の数学モデル

(2-1-5)式における信号Sを重力ポテンシャルWに置き換える。Wは、正規重力ポテンシャルUと擾乱ポテンシャルTの和であるから $W = U + T$ で表せる。従って、線形化された観測方程式は次式で表せる。

$$Ax + GT + d = 0 \quad (2-1-7)$$

この式に用いる観測値は、距離・角・比高・基線ベクトルなどの測量データの他に、重力などのポテンシャルに関するものも扱える。これが統合測地学 (INTEGRATED GEODESY) と呼ばれている処理の数学モデルである。

### 2-1-4 統合処理の数学モデル及び観測方程式

今回我々が提案する統合処理は、ポテンシャルWのかわりにJGEOID93から得られるジオイド高 $N^j$ を用いるもので、次式がその数学モデルである。

$$Ax + GdN + d = 0 \quad (2-1-8)$$

ただし、dNはジオイド高ベクトルNの修正値ベクトルである。

#### (1) ジオイド高の観測方程式

JGEOID93から得られたジオイド高 $N^j$ を観測値として扱くと、次の観測方程式が導かれる。

$$v = dN + (N^0 - N^j) \quad (2-1-9)$$

ここに、 $N^0$ は概算ジオイド高、 $N^j$ はJGEOID93による

ジオイド高である。初期値としては $N^0 = N^j$ として扱う。

中根・黒石 (1995) はJGEOID93を基準とした詳細ジオイド高の推定を行った。その結果、JGEOID93のもつ傾斜誤差を修正するだけで詳細ジオイド高として扱えるという重要な結論を得た。従って、dNとして次式を用いればよいことが分かった。

$$dN = aX + bY + c \quad (2-1-10)$$

ここに、X、Yは平面直角座標値、a、bはそれぞれX、Y方向のジオイド高の傾斜率、cはX、Y座標原点におけるジオイド高のオフセット量である。a、b、cは未知パラメータである。以上の結果を整理してジオイド高の観測方程式をつくると次式となる。ただし、「 $T$ 」は転置を表す。

$$v = [X, Y, 1]y - (N^j - N^0) \quad (2-1-11)$$

ここに、 $y = [a, b, c]^T$

#### (2) 水準測量の比高の観測方程式

点iから点jまでの直接水準測量の観測方程式は、次式で表される。

$$v = [0, 0, -1]x_i + [0, 0, 1]x_j + [(X_j - X_i), (Y_j - Y_i), 0]y - (\Delta H_{ij} - \Delta H^0_{ij}) \quad (2-1-12)$$

ここに、 $x_i = [du_i, dv_i, dh_i]^T$ 、 $x_j = [du_j, dv_j, dh_j]^T$ は局地座標の南北・東西・高さへの補正量で未知数、 $H^0$ は概算標高、 $\Delta H^0_{ij} = H^0_j - H^0_i$ 、 $\Delta H_{ij}$ はi点からj点までの観測比高である。

#### (3) 距離観測値の観測方程式

点iから点jまでの空間距離の観測方程式は、次式で表される。

$$v = [c_1 c_2 c_3]x_i + [c_4 c_5 c_6]x_j + [(c_3 X_i + c_6 X_j)(c_3 Y_i + c_6 Y_j)(c_3 + c_6)]y - (S_{ij} - S^0_{ij}) \quad (2-1-13)$$

ここに、cは(2-1-8)式の係数行列Aの要素、 $S_{ij}$ は点iから点jまでの距離の観測値、 $S^0_{ij}$ は概算距離である。

#### (4) 方位観測値の観測方程式

i点におけるj点の方位の観測値の観測方程式は次式で表される。

$$v = [a_1 a_2 a_3]x_i + [a_4 a_5 a_6]x_j + [(a_3 X_i + a_6 X_j)(a_3 Y_i + a_6 Y_j)(a_3 + a_6)]y - (A_{ij} - A^0_{ij}) \quad (2-1-14)$$

ここに、aは(2-1-8)式の係数行列Aの要素、 $A_{ij}$ は方位の観測値、 $A^0_{ij}$ は概算方位である。

#### (5) 水平角観測値の観測方程式

i点においてj点とk点間の水平夾角を観測したときの観測方程式は次式で表される。

$$v = [(a_{1ik} - a_{1ij})(a_{2ik} - a_{2ij})(a_{3ik} - a_{3ij})]x_i + [-a_{4ij} - a_{5ij} - a_{6ij}]x_j + [a_{4ik} a_{5ik} a_{6ik}]x_k$$

$$+ [\alpha \beta \gamma] y - (A_{ij} - A^0_{ij}) \quad (2-1-15)$$

ここに、 $\alpha = (a_{3ik} - a_{3ij}) \cdot X_i - a_{5ij} \cdot X_j + a_{6ik} \cdot X_k$ 、  
 $\beta = (a_{3ik} - a_{3ij}) \cdot Y_i - a_{5ij} \cdot Y_j + a_{6ik} \cdot Y_k$ 、  
 $\gamma = (a_{3ik} - a_{3ij}) - a_{5ij} + a_{6ik}$ 、

aは(2-1-8)式の係数行列Aの要素で(2-1-14)式のaと同じものである。 $\omega_{ijk}$ はi点においてjを基準方向としたk方向の水平角の観測値、 $\omega^0_{ijk}$ は概算水平角である。

(6) 高度角観測値の観測方程式

i点においてj点方向の高度角を観測した場合の観測方程式は次式で表される。

$$v = [b_1 b_2 b_3] x_i + [b_4 b_5 b_6] x_j + [(b_3 X_i + b_6 X_j)(b_3 Y_i + b_6 Y_j)(b_3 + b_6)] y - (\alpha_{ij} - \alpha^0_{ij}) \quad (2-1-16)$$

ここに、bは(2-1-8)式の係数行列Aの要素、 $\alpha_{ij}$ は高度角の観測値、 $\alpha^0_{ij}$ は概算高度角である。

なお、方位角、水平角、高度角は鉛直線偏差により、生の角を楕円体へ化成したものを用いる。

(7) GPS観測値の観測方程式

i点からj点の基線ベクトルがGPS観測により得られたときの観測方程式は次式で表される。

$$v = -R_i^T x_i + R_j^T x_j + [\xi_j - \xi_i][\eta_j - \eta_i] y - (\Delta X_{ij} - \Delta X^0_{ij})$$

ここに、 $R = \begin{bmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{bmatrix}$  (2-1-17)

$$\xi = [\cos \phi \cos \lambda \quad \cos \phi \sin \lambda \quad \sin \phi]^T$$

$$\eta = [X \quad Y \quad 1]$$

$\phi \cdot \lambda$ はそれぞれGPS観測点の緯度・経度、 $\Delta X_{ij}$ はGPSによる基線ベクトル観測値、 $\Delta X^0_{ij}$ は概算基線ベクトルである。

2-1-5 国土地理院基準点測量作業規程におけるGPS観測値の観測方程式

国土地理院基準点測量作業規程などによるGPS観測値の観測方程式は、次の(2-1-18)式で与えられている。この式は、調査地域内でジオイド面が一様であるとの仮定により成り立っている。つまり、GPSの座標系を南北方向に $\xi$ 、東西方向に $\eta$ 、鉛直軸に $\alpha$ だけ微小回転させ、かつスケール変換量kを用いて、ジオイド面を基準とした座標系へ変換して処理するものである。

$$v = -R_i^T x_i + R_j^T x_j + M_\xi \Delta X^0_{ij} \cdot \xi + M_\eta \Delta X^0_{ij} \cdot \eta + M_\alpha \Delta X^0_{ij} \cdot \alpha + \Delta X^0_{ij} \cdot k - (\Delta X_{ij} - \Delta X^0_{ij}) \quad (2-1-18)$$

ここに、 $\xi$ は南北方向、 $\eta$ は東西方向、 $\alpha$ は鉛直軸まわりのそれぞれ微小回転量、kは二つの座標系のスケールの変換係数である。 $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\alpha$ 、kいずれも未知数である。なお、 $\xi$ 、 $\eta$ は調査地域の平均的な鉛直線偏差の南

北、東西成分に相当する。

$$M_\xi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\cos \lambda \\ 0 & 0 & -\sin \lambda \\ \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_\eta = \begin{bmatrix} 0 & -\cos \phi & -\sin \phi \sin \lambda \\ \cos \phi & 0 & \sin \phi \cos \lambda \\ \sin \phi \sin \lambda & -\sin \phi \cos \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & \sin \phi & -\cos \phi \sin \lambda \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \cos \lambda \\ \cos \phi \sin \lambda & -\cos \phi \cos \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

ただし、 $\phi$ 、 $\lambda$ は調査地域の緯度、経度である。

この(2-1-18)式に示すGPS観測値の観測方程式を用いて従来測量観測値との統合処理を行う場合、それら従来測量観測値の観測方程式は(2-1-12)から(2-1-16)に示した式においてジオイド高の傾斜誤差に関する項を零( $y=0$ )としたものを用いればよい。その場合、観測値としては、鉛直線偏差により楕円体へ化成されていない生の観測値を用いる。

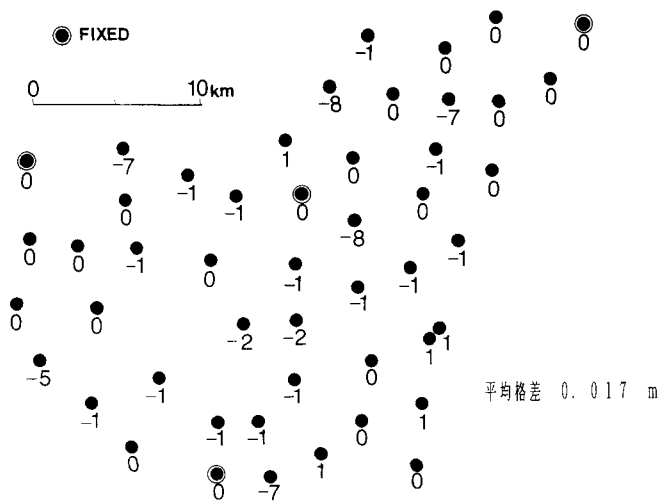
2-2 計算例

国土地理院は、GPS観測と従来測量の観測値の結合データの統合処理に関する計画がなかったため、そうしたデータはほとんど見当たらない。手元にある少ないデータを用いて得られる解析結果を報告する。

2-2-1 房総地区(30km×20km)のGPSと水準測量観測値の統合処理

(1) ジオイド高を用いた統合処理

第2-2-1図に房総地区の測地網を示す。全点が直接水準測量点であり、標高が正確に決められている。二重丸で示す4点を固定し、他の点を未知点と仮定して、

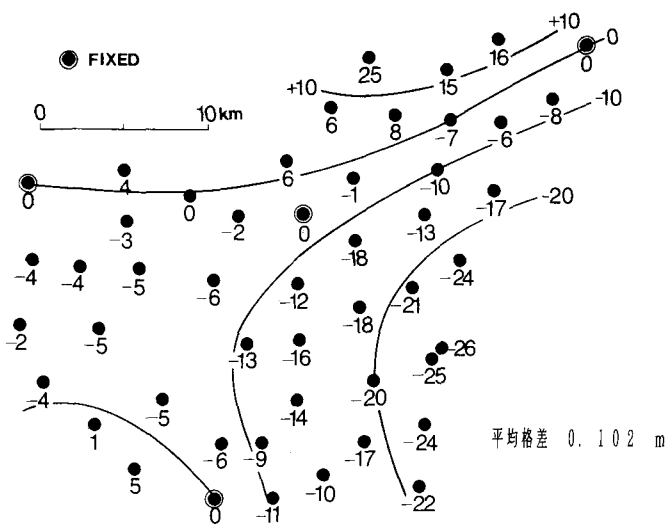


第2-2-1図 JGEOID93によるジオイド高とGPS観測値の統合処理結果 数値：(GPS観測による標高)-(水準測量による標高) GPS及び水準測量観測網(房総地区)

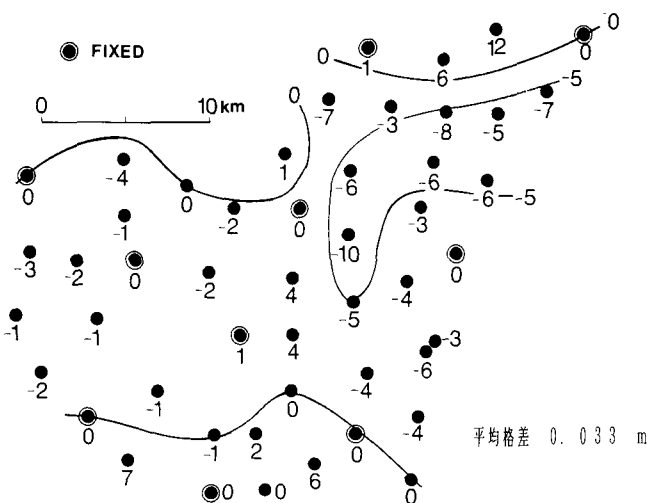
(2-1-11) 及び (2-1-17) 式に示すジオイド高及びGPSを観測値として処理した。固定点間の距離は約20 km弱である。この処理により決められた未知点の標高と水準測量により決められた標高との較差を第2-2-1図に各点の数値として表してある。異常値が5点に見られるが、このGPS観測が古いもので、衛星配置が十分でなかったためのものと推定できる。平均的較差は2 cmより小さいので十分な確度を保っている。

(2) 基準点測量作業規程による処理

第2-2-1図に示した同じ4点を固定して、基準点測量作業規程に示された(2-1-18)式によりGPS観測値を処理して未知点の標高を決めた。その処理結果と水準測



第2-2-2図 基準点測量作業規程による処理結果 (与点4点)  
 数値:(GPS観測による標高)-(水準測量による標高)  
 GPS及び水準測量観測網 (房総地区)



第2-2-3図 基準点測量作業規程による処理結果 (与点10点)  
 数値:(GPS観測による標高)-(水準測量による標高)  
 GPS及び水準測量観測網 (房総地区49点)

量により決められた標高との較差を第2-2-2図に示してある。平均的較差は約10cmなので、第2-2-1図に比べて大きな較差である。こうした大きな較差が生じる原因は、ジオイドが調査地域内で一様な面と仮定した(2-1-18)式を用いたためである。

第2-2-3図は、固定点を10点に増やし、固定点間の距離を10km程度にして(2-1-18)式により処理したものである。GPS観測値により推定された標高と、水準測量により決められた標高の平均的較差は、3 cm程度と大幅に改善されている。

2-2-2 大分地区 (20km×10km) のGPS観測値の統合処理

第2-2-4図は、大分地区のGPS観測による測地網である。測標水準点が10点含まれているが、比較的外縁部の水準測量点5点を固定し、処理した。この処理により推定された他の5点の標高を、水準測量により得られた標高と比較して、その較差を求め数値で表した。上段はジオイド高を用いた統合処理結果の較差、下段は基準点測量作業規程による処理結果の較差である。

第2-2-5図は、比較的内側にある水準測量4点を固定して処理したものである。上段の数値は、ジオイド高を用いた統合処理結果の標高と水準測量結果の標高との較差である。下段の数値は、基準点測量作業規程により処理された標高と水準測量結果の標高との較差である。基準点測量作業規程による処理結果の外縁部における水準点の較差が大きい。

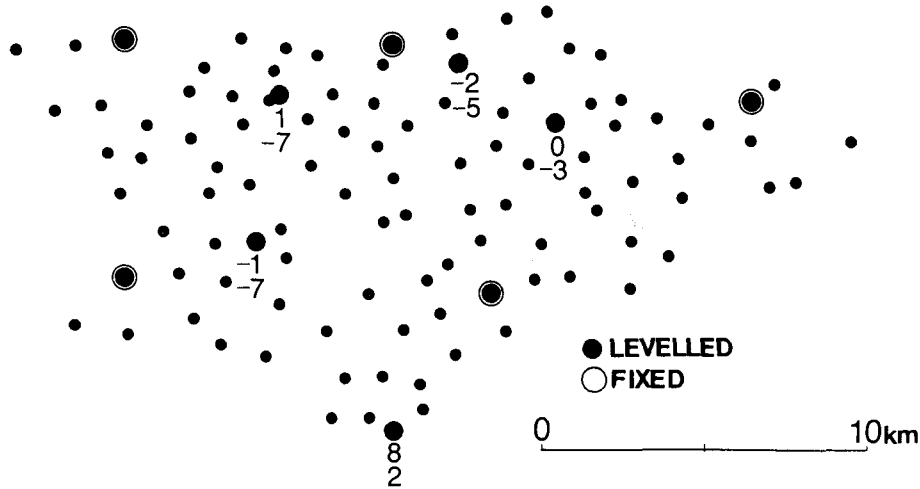
この大分地方は、比較的重力のデータが少なく、他の地域に比べJGEOID93の精度に若干不安があると言われている。しかし、今回の処理結果を見る限り、基準点測量作業のためには、JGEOID93は十分精度を保っているようである。

2-2-3 草加地区 (10km×10km) のGPS観測値の統合処理

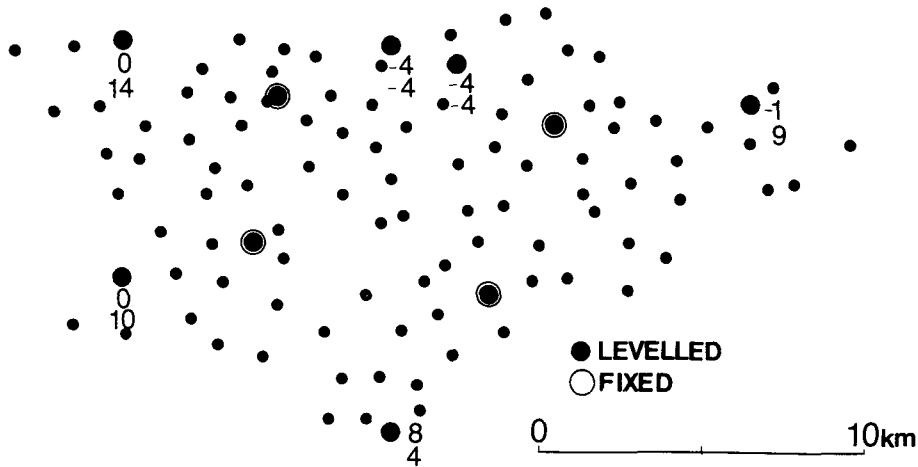
第2-2-6図は、草加地区のGPS観測による測地網である。測標水準点5点を固定し、ジオイド高を用いた統合処理と、基準点測量作業規程による処理を行った。未知点における両者の標高の較差を求めた。その較差は3 cm以内で、この程度の範囲(10km×10km)の測地網の場合、いずれの手法でも大差がないようである。

2-3 第2章のまとめ

- 以上の計算結果結果をまとめると、次のようになる。
- (1) JGEOID93から得られたジオイド高の傾斜誤差を、GPS/水準により修正することにより、平均的に数cmの確度で標高を決定できる。
  - (2) JGEOID93を用いない基準点測量作業規程に示す(2-1-18)式による場合、標高の固定点密度を10km間隔程度にすると、GPS観測値から推定さ



第2-2-4図 JGEOID93によるジオイド高とGPS観測値の統合処理結果（上段数値）及び基準点測量作業規程による処理結果（下段数値）の比較（与点5点） 数値：（GPS観測による標高）-（水準測量による標高）  
GPS観測網（大分地区105点）

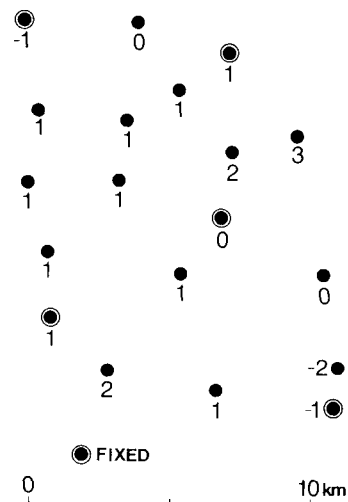


第2-2-5図 JGEOID93によるジオイド高とGPS観測値の統合処理結果（上段数値）及び基準点測量作業規程による処理結果（下段数値）の比較（与点4点） 数値：（GPS観測による標高）-（水準測量による標高）  
GPS観測網（大分地区105点）

れた標高の確度は、数cm程度であろう。

- (3) 上記(2)の場合、固定点間隔が10kmを越えると、標高の確度は著しく悪くなる。
- (4) 調査地域が10km×10km以内の小さい測地網の場合、ジオイド高を用いない基準点測量作業規程による方法でも標高の確度は十分に保てる。

今回の結果は、解析したデータが十分でないので、上述の結論はおおよその目安を示すものである。はっきりしていることは、JGEOID93によるジオイド高を用いることによりGPSの観測値から得られる標高の確度が大幅に改善されることである。



第2-2-6図 JGEOID93によるジオイド高とGPS観測値の統合処理結果及び基準点測量作業規程による処理結果の標高の格差 GPS観測網（草加地区19点）

### 第3章 GPSと地上観測値の統合処理における精度管理

測地測量の精度管理は(1)計画段階(2)現地作業段階(3)データの最終処理段階に分けて行われる。計画段階の精度管理は、基準点測量作業規程などを基に配点密度、図形、使用機器などを総合的に行う。現地作業段階の精度管理は、主に観測値の閉合差を基に、観測結果の良否を調べて不良な観測値を再測するようにする。計画及び現地段階の精度管理が行われるため、データ処理の最終段階においては品質管理の行き届いたデータが集積されている。本論では、データの最終処理段階における精度管理について考察する。

#### 3-1 精度管理の歴史経過と問題点

我が国の測地測量は、1883年(明治16年)頃から本格的に始められた。その測量データの精度管理手法の導入は、1906年(明治39年)杉山正治測量師による測量作業規程にかかわる10項目の提案に始まる(陸地測量部沿革史 199-200頁)。この提案のうち精度管理に関する内容は、観測値の標準偏差をもとに、その良否を判断するものであった。当時、異種の観測値を統合して処理することではなく、同種の観測値のみを重み「1」として扱った。例えば、1等三角測量の角は同じ重みで観測され、その同じ重みの観測値だけで処理された。観測値の重みの異なる1及び2等三角測量データを統合して処理するようなことはなかった。こうした事情により、標準偏差を基準とした精度管理は妥当な方法であった。

1970年代にEDM観測が本格化し、角及び距離の異種観測値の統合処理を行うようになった。既に第1章でのべたように、歴史的経過から角の観測値の重みをほぼ「1」にし、それを基に距離観測値の重みを決めてある。精密測地網一次基準点測量作業規程にその距離の重み $P_s$ が次のように示されている。

$$P_s = m_1^2 \cdot S^2 / (m_s^2 + \gamma^2 S^2) \cdot \rho''^2 \quad (3-1-1)$$

ただし、 $m_1$ は1方向の観測誤差を表していて標準網で1秒、中距離網では0.8秒と指定されている。 $m_s$ は距離 $S$ に関係しない誤差を表し0.5cm、 $\gamma$ はEDMの距離に比例する誤差の比例定数を表し $2 \times 10^{-6}$ である。この式により、EDMによる距離観測値の重み $P_s$ を求めると一次基準点測量では4~6になる。

標準偏差は「残差 $v$ の平方に重み $P$ を掛けた総和を自由度 $r$ で除し、その結果の平方根の正值」で次式のように示される。

$$\hat{\sigma}_0 = \{(v^T P v) / r\}^{1/2} \quad (3-1-2)$$

距離観測だけの測地網において計算された標準偏差は $P_s = 4 \sim 6$ なので、実際の観測値のばらつきは2倍余りに表示される。前記規程「作業規程記載要領」67頁の例は、距離観測値のばらつきが1.0cm以下を示しているが、下に示すように平均的観測距離が20.3kmでその平均的ばらつきが2.2cmであるかのように見ることができ

そうである。この例を見ても分かるように、先験的分散の設定( $m_1$ ,  $m_s$ ,  $\gamma$ などの値)を変えれば標準偏差の値は変わるのだから、標準偏差のみで精度管理を行うと誤る可能性がある。

S.D. OF ADIRECTION OBSERVED 9 TIMES=0.4
S.D. OF AN AVERAGE SIDE(20.3KM) =2.2CM

#### 3-2 GPS・地上観測などの異種観測値の統合処理における精度管理

この節では、通常の測地学の教科書に記されている精度管理手法を解説する。

##### 3-2-1 精度管理に必要な基本式

観測方程式は次式で表される。

$$A x = d + v \quad (3-2-1)$$

ここに、 $A$ は係数行列、 $x$ は未知数ベクトル、 $d$ は観測値ベクトル $L$ を含んだ定数ベクトル、 $v$ は残差ベクトルである。

$v^T P v = \min.$ の条件により組成された正規方程式は次式で表せる。

$$(A^T P A) x = A^T P d \quad (3-2-2)$$

ここに、 $P$ は観測値の重み行列である。

後験的基準分散は、次式で表せる。

$$\hat{\sigma}_0^2 = v^T P v / (n - u) \quad (3-2-3)$$

ここに、 $n$ は観測値の数、 $u$ は未知数の数である。

(3-2-1)及び(3-2-2)式から次式が導かれる。

$$v = (A(A^T P A)^{-1} A^T - I) d$$

この式から誤差伝播の法則を用いて残差の重み係数行列を導くと次式が得られる。

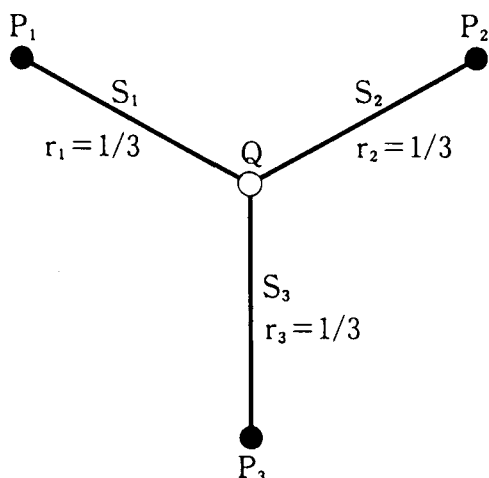
$$Q_v = P^{-1} - A(A^T P A)^{-1} A^T \quad (3-2-4)$$

この(3-2-4)式の右側から重み $P$ をかけてそのトレースを求めると、次式のように網全体の自由度(degree of freedom)になる。

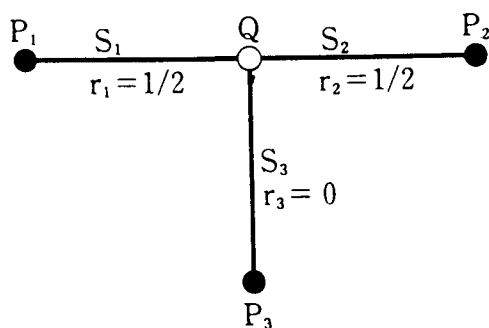
$$\text{Tr}(Q_v P) = n - u \quad (3-2-5)$$

また、自由度は余剰観測値の数でもあり、 $Q_v P$ の $i$ 番目の対角要素 $r_i$ を $i$ 番目の観測値の余剰度(redundancy number)と呼ぶ。ただし、 $0 \leq r \leq 1$ 、 $r=1$ は不要な観測、 $r=0$ は絶対必要な観測である。従ってこの $r_i$ は各観測値の自由度に相当するものとみてもよい。

第3-2-1図の左は、正三角形の頂点にある三つの三角点を与点にして中心にある未知点を三辺の距離観測値により水平座標値を決定する測地網である。観測値が三つで、未知数は水平座標値の二つである。自由度は、 $3 - 2 = 1$ である。距離観測値を同精度とすれば、各1辺の距離観測値の余剰度は $r_1 = r_2 = r_3 = 1/3$ となる。第3-2-2図は、 $P_1$ と $P_2$ の直線上に未知点 $Q$ がある。 $P_3$ から $Q$ 点までの観測値 $S_3$ がないと $Q$ 点の位置は決まらない。従って、 $r_1 = r_2 = 1/2$ 、 $r_3 = 0$ のようになる。余剰度 $r$ は網の構造に依存するが、その構造は(3-2-4)式の



第3-2-1図 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>既知点, Q未知点, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>観測距離, r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>, r<sub>3</sub>余剰度



第3-2-2図 P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>3</sub>既知点, Q未知点, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>観測距離, r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub>, r<sub>3</sub>余剰度

Q<sub>v</sub>によって与えられるのである。

### 3-2-2 χ<sup>2</sup>検定

χ<sup>2</sup>検定は、後驗的基準分散σ<sub>0</sub><sup>2</sup>を用いて母集団の分散σ<sub>0</sub><sup>2</sup>が

$$H_0 : \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 \quad (3-2-6)$$

である仮説を調べることである。χ<sup>2</sup>検定結果、この仮説が棄却される場合には、既にのべたように、大きく分けて次の三つの原因が考えられる。

- (1) 確定論的モデルが適切でない場合：例えば、ジオイドの短周期波長が卓越した地域において鉛直線偏差を一様と仮定して処理した場合等
- (2) 確率論的モデルが適切でない場合：例えば、GPS観測値の重みとして現実のGPSの分散を反映したものでない基線解析結果から得られた共分散行列を用いた場合など。
- (3) 観測値に異常値が含まれている場合

通常、先驗的分散をσ<sub>0</sub><sup>2</sup>=1として処理するから、後驗的分散 $\hat{\sigma}_0^2$ が1に近い程よい検定結果である。仮説H<sub>0</sub>の検定は、自由度と有意水準を引数としてχ<sup>2</sup>分布表から求めた変数と検定統計量(v<sup>T</sup>Pv)を比較して行う。

実際の計算では、χ<sup>2</sup>分布をサブルーチンとして処理計算している。

### 3-2-3 REFERENCE FACTOR (RF)

標準偏差は $\hat{\sigma}_0$ は次式で表されている。

$$\hat{\sigma}_0 = (\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} / r)^{1/2} \quad (3-2-7)$$

ここに、rは自由度である。ここで、網の中の観測値を各種の観測値群ごとに分割し、それぞれの観測値ごとのv<sup>T</sup>Pv及び自由度rを計算して、それらの標準偏差を計算する。それを第1章でも述べたが、RFと呼ぶことにする。この場合のn<sub>1</sub>番目からn<sub>2</sub>番目までの観測値群の自由度rは次式で表せる。

$$r = \sum_{i=n_1}^{n_2} r_i \quad (3-2-8)$$

(3-2-7)式に示したRFは、後驗的基準分散の平方根の正值で表している。先驗的基準分散σ<sub>0</sub><sup>2</sup>=1として処理されているので、RF=1のときが最も適した先驗的基準分散が用いられたことになる。最適先驗的基準分散とでも言えるものである。従って、このRFがどの程度1に近いかにより各種観測値群を検定できる。χ<sup>2</sup>検定が網全体の検定をするのに対して、このRFは各種観測値群ごとのおおよその検定を行うことになる。

### 3-2-4 各観測値の異常値の検索 (data snooping)

χ<sup>2</sup>検定もしくはRFにより、網全体もしくは各種観測値群の検定を行うことができる。しかし、有意水準95%によるχ<sup>2</sup>検定の場合、5%の確率で異常値が紛れ込む可能性がある。従って、紛れ込んだ異常値を見つけたために個々の観測値の検索が必要である。

#### (1) 残差の標準化 (standardized residuals)

それら異常値の検索には、網平均結果から得られた推定値と観測値との差である残差を拠り所にする。しかし、観測値の種類が異なる場合は単純な残差だけでは異常値の棄却の判定ができない。異種観測値の残差を同一土俵内で比較するために、残差を標準偏差で割り標準化し残差を同精度化する。標準化された残差を後で述べる棄却基準により、各観測値の検索を行うのである。この方法はBaarda (1968)により提案されたもので、現在広く国際的に使われている。

残差の標準偏差は、(3-2-4)式に示した残差の重み係数行列の対角要素の平方根と先驗的な標準偏差を掛けた次式で表せる。

$$\hat{\sigma}_v = \sigma_0 \cdot \sqrt{q} \quad (3-2-9)$$

従って、標準化された残差は次式で表せる。

$$\hat{v} = |v| / \hat{\sigma}_v \sim n(0, 1) \quad (3-2-10)$$

先驗的基準分散σ<sub>0</sub><sup>2</sup>としては、これまでに述べてきたように通常1を用いる。この標準化された残差 $\hat{v}$ は、標準正規分布n(0, 1)として扱えるから、誤差の限界値を

3σ<sub>0</sub>とすれば、σ<sub>0</sub> = 1なので、 $\hat{v} > 3$ のとき棄却される。この限界値は、第I種の過誤だけでなく第II種の過誤も考慮したものとしても扱われなければならない。その値はBaardaの論文に示された表から容易に読み取れる。例えば、第I種の過誤の確率α = 0.05、第II種の過誤の確率β = 0.10の場合、その限界値は2.8である。

(2) 残差のスチューデント化(studentized residuals)

Baardaの式は分散σ<sub>0</sub><sup>2</sup>を用いて残差を標準化し同精度化した。それを後驗的分散 $\hat{\sigma}_0^2$ に置き換えた次式を用いて残差をスチューデント化して残差を同精度化する。

$$\hat{v} = |v| / (\hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{q}) \sim \tau_{n-r}$$

限界値(τ)は、Pope (1976) の論文に記されたサブルーチンから観測値の数n及び自由度rを引数として容易に計算できる。このPopeの方法は、米国系で採用されている。例えば、TRIMNET Plus=Network Adjustment Softwareに用いられている。

3-3 精度管理の計算例

5点の測地網について計算した結果を次の頁に示す。点番号11及び55の緯度・経度・高さに0.01mの観測誤差を与え、事実上固定したと同じ効果を与えている。同様に、点番号33の高さに0.01mの誤差を与え高さのみを固定したようにしてある。先驗的分散としては、GPSの観測値の誤差は距離に関係なく0.003m、角度の観測値の1方向の誤差は3"としてある。

自由度18及び有意水準95%の場合のχ<sup>2</sup>の変数値による信頼区間は8.2-31.5である。検定統計量(v<sup>2</sup>VPV)は、20.9となり、信頼区間内であるので

$$\text{仮説 } H_0 : \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2$$

は採択されている。このことは、RFが1.09と極めて「1」に近くなっていることと同じ意味である。すなわち、RFが「1」に近いとき内部整合性のよい観測値であることを意味している。

GPSだけの観測値のRFは「0.194」である。これは、GPSの先驗的誤差を0.003mと大き過ぎた設定としたため、1より小さくなったのである。計算結果得られたGPS観測の残差に近い0.0003m程度の先驗的誤差を仮定すれば、RFはより「1」に近くなる。同様に、水平角のRFは「1.55」であり、これは逆に、先驗的誤差3.0"が小さ過ぎたためである。

個々の観測値の異常値の検索のために、標準化により同精度化された残差を計算した結果、GPS観測値には3σを超えるものはないが、水平角には3σを超える観測値(3.118\*及び3.076\*)が二つある。なお、ここで用いたデータは、卓上でつくられたものである。実際のデータを反映していない恐れがある。

\*\*\*\* 3D MODEL \*\*\*\* BY NAKANE(1994.11)

NUMBER OF ITERATION	4
NUMBER OF OBSERVATIONS	37
NUMBER OF PARAMETERS	19
NUMBER OF CONSTRAINT	0
DEGREE OF FREEDOM	18
A PRIORI VARIANCE OF UNIT WEIGHT	1.00
A POSTERIORI SD(REFERENCE FACTOR)	1.09
AVERAGE REDUNDANCY NUMBER	.48
CRITICAL VALUE	3.0
SIGNIFICANCE LEVEL (95%)	8.2 - 31.5
VPV	20.9

REFERENCE FACTOR FOR COORDINATES	=	1.043
VPV	=	.1704
DEGREE OF FREEDOM	=	.1633

NO	OBSERVED or APPROXIMATE	RESIDUAL	ADJUSTED	SD	OBS.ERROR
11	B= 35 54 5.5815 L= 139 47 55.9627 H= 3.9020	.0000 .0000 .0007	5.5815 55.9627 3.9027	.0109 .0109 .0107	m m m .0100 .0100 .0100
22	B= 35 54 5.1460 L= 139 50 38.4520 H= 4.6900	-.0093 -.0083 .0133	5.1367 38.4437 4.7033	.0119 .0119 .0093	
33	B= 35 53 30.6510 L= 139 52 47.6060 H= 3.5950	-.0001 .0002 -.0034	30.6509 47.6062 3.5916	.0190 .0190 .0104	.0100
44	B= 35 52 46.4270 L= 139 51 34.8240 H= 2.3000	-.0063 -.0045 -.0468	46.4207 34.8195 2.2532	.0140 .0140 .0078	
55	B= 35 52 9.2151 L= 139 50 18.4873 H= 4.4760	.0000 .0000 -.0022	9.2151 18.4873 4.4738	.0109 .0109 .0105	.0100 .0100 .0100

DEFLECTIONS OF THE VERTICAL	S-N =	-2.22 SEC
	W-E =	-6.73 SEC
	ROTATION =	-.02 SEC
	SCALE =	.00000002

---- GPS OBSERVATIONS ----

OBSERVATION ERROR	=	.0030
REFERENCE FACTOR	=	.194
VPV	=	.3393
DEGREE OF FREEDOM	=	9.0401

NO1	NO2	OBSERVED	RESIDUAL	ADJUSTED	STNDIZED RESIDUAL	REDUNDANCY NUMBER
22	11	2635.1370 3107.0020 10.5560	.0004 .0004 -.0001	2635.1374 3107.0024 10.5559	.2326 .1965 .0800	.381 .382 .383
22	55	-1277.4720 1732.8260 -2894.5640	-.0001 .0004 .0000	-1277.4721 1732.8264 -2894.5640	.0652 .1970 .0199	.525 .525 .525
22	44	-1997.0850 -164.9550 -1966.7230	.0007 .0007 -.0007	-1997.0843 -164.9543 -1966.7237	.3008 .2990 .2996	.527 .526 .527
22	33	-2563.5670 -2074.8530 -861.5360	-.0001 -.0001 .0004	-2563.5671 -2074.8531 -861.5356	.0504 .0511 .2034	.383 .383 .383
44	33	-566.4830 -1909.8990 1105.1880	.0002 .0003 .0000	-566.4828 -1909.8987 1105.1880	.1205 .1357 .0056	.384 .383 .386
44	55	719.6130 1897.7810 -927.8400	-.0008 -.0002 -.0004	719.6122 1897.7808 -927.8404	.3906 .1124 .1876	.433 .430 .431
11	55	-3912.6100 -1374.1760 -2905.1200	.0004 .0001 .0002	-3912.6096 -1374.1759 -2905.1198	.2040 .0396 .0903	.382 .381 .382

---- HORIZONTAL ANGLE OBSERVATIONS ----

A DIRECTION ERROR	=	3.0 (SECOND)
REFERENCE FACTOR	=	1.55
VPV	=	20.398
DEGREE OF FREEDOM	=	8.481

NO0	NO1	NO2	OBSERVED	RESIDUAL	ADJUSTED	STNDIZED RESIDUAL	REDUNDANCY NUMBER
11	22	33	8 10 15.0	-0.5	8 10 14.5	.192	.868
22	55	11	82 13 45.0	1.4	82 13 46.4	.486	.952
55	11	22	52 52 9.0	-9.0	52 52 0.0	3.118 *	.917
22	33	44	41 36 25.0	-2.1	41 36 22.9	.724	.951
22	44	55	38 12 48.0	0.9	38 12 48.9	.295	.967
44	55	22	90 41 6.0	-9.1	90 40 56.9	3.076 *	.967
44	22	33	83 28 16.0	2.6	83 28 18.6	.869	.959
55	22	44	51 6 12.0	2.2	51 6 14.2	.765	.933
33	44	22	54 55 20.0	-1.4	54 55 18.6	.481	.965



### 3-4 第3章のまとめ

本章において、GPS時代に検討すべき精度管理手法として、 $\chi^2$ 検定及び個々の観測値の異常値の検索について説明をした。本論では $3\sigma$ を異常値の判定基準とした。異常値の重みを零とした場合は、その観測値を棄却したことになる。異常値の観測値の重みを零でなく適当な小さな値にすれば、その観測値は切り捨てられずに済む。このように観測値の重みを変えて処理する方法がロバスト法と呼ばれているものである。

異常値の判定基準及び異常値と判定された観測値の処

理など、GPS時代の精度管理には未解決なことが多くある。本論が今後の精度管理の確立の役に立てれば幸いである。

### おわりに

今回の報告において、実際の観測値にもとづく検証が十分でなかった。今後に残された問題である。

茨城大学藤井陽一郎教授にはおおくのコメントをいただいた。同教授のご指導に感謝する。大分市の公共測量のデータを使わせていただいた。同市関係者に感謝する。

### 参 考 文 献

- Ananga N., Coleman R., and Rizos C. (1994) : Variance-covariance estimation of GPS Network, Bulletin Geodesique 68. pp77-87.
- Baarda W. (1968) : A testing procedure for use in geodetic networks, Netherlands Geodetic Commission, Publ. on Geodesy, Vol. 2, no 5, Delft.
- Barzaghi R., B.Benciolini, B.Betti, G.Forlani, L. > Mussio, and F.Sanso (1990) : A Numerical Experiment of Integrated Geodesy, Bull. Geod. 64, pp.259-282.
- Chen Y.Q., A.Chrzanowski, and M.Kavouras (1990) Assessment of Observations Using minimum Morm Quadratic Unbiased Estimation (MINIQUE). CISM Journal ACSGS, vol44, pp.39-46.
- Edited by Grafarend E. and Sanso F. (1985) : Optimization and Design of Geodetic Networks, Springer-Verlag.
- 建設省大臣官房 (1995) : 建設省公共測量作業規程, 日本測量協会
- 国土地理院 (1988) : 精密測地網1次基準点測量作業規程
- 国土地理院 (1990) : 精密測地網2次基準点測量作業規程
- 国土地理院 (1993) : GPSを用いる公共測量作業マニュアル (案)
- 国土地理院 (1995) : 精密測地網高度基準点測量作業規程 (案)
- 国土地理院 (1995) : 基準点測量作業規程
- 国土地理院監修 (1980) : 精密基準点測量 (改訂版), 日本測量協会
- Kuroishi Y. (1995) : Precise Gravimetric Determination of Geoid in the Vicinity of Japan, Bull. GS I, 41, 1-93.
- Leick A. (1989) : GPS SATELLITE SURVEYING, John Wiley & Sons
- Lilly J.E.(1961) : Least Squares Adjustment of Dissimilar Quantities, Empire Survey Review Vol X VI, pp120-128.
- 中根勝見 (1973) : 日本における定常的な水平歪 (I), 測地学会誌, 19.
- 中根勝見, 黒石裕樹 (1995) : 日本の測地測量における統合処理の考察, 国土地理院時報84, pp 9-18.
- 沖西邦夫 (1994) : GPS及びトータルステーションを利用した測量システムに関する研究, 国土地理院研究報告書
- Pope A.(1976) : The statistics of residuals and the detection of outliers, NOAA Technical Report NO S 65 NGS 1, US Department of Commerce, National Geodetic Survey, Rockville, Md.
- 佐々木正博, 愛場政広 (1990) : 水準測量における重力補正と環閉合について, 国土地理院時報, 72,
- 高島重雄 (1974) : 水平位置の決定, 測地学の概観, 日本測地学会
- 谷浦憲治 (1977) : 異なる次元の観測方程式の連立, 測量1977年11号
- 吉田光雄 (1972) : 菱形基線測量, 測量 (1972) 1月号, 日本測量協会機関誌
- 吉田光雄 (1974) : ジオジメーター8形による距離測定結果 (上), 測量 (1974) 8月号, 日本測量協会機関誌
- 吉田光雄 (1974) : ジオジメーター8形による距離測定結果 (下), 測量 (1974) 9月号, 日本測量協会機関誌